

## X.1 – FIGURE PIANE EQUIVALENTI

### Un po' di storia: misura dell'area delle superfici piane

E' all'epoca degli antichi egizi che si fa risalire la nascita della Geometria. Erodoto racconta che a causa dei fenomeni di erosione e di deposito dovuti alle piene del Nilo, l'estensione delle proprietà terriere egiziane variavano ogni anno e dovevano quindi essere ricalcolate a fini fiscali. Nacque così il bisogno di inventare tecniche di misura della terra: risalgono agli antichi agrimensori egizi le prime regole pratiche per il calcolo della misura dell'area di alcune superfici piane. Gli antichi Romani usavano invece, per la misura dell'area, un'unità di misura chiamata iugero (dal latino iugum, che vuol dire giogo), la quale corrispondeva all'area di terreno che una coppia di buoi aggiogati poteva arare in un giorno (circa  $2.520 \text{ m}^2$ ). Il matematico e ingegnere greco Erone (vissuto in epoca imprecisata fra il III e il I secolo a.C.) ebbe il merito di dare una sistemazione organica alle principali regole per la misura dell'area di superfici.

Per tutto il periodo medievale e fino a epoche relativamente recenti, le unità di misura per le aree (e per le altre grandezze) si diffusero e soprattutto si differenziarono notevolmente non soltanto nei vari Stati, ma anche nelle regioni e spesso nelle diverse città di uno stesso Stato. È facile intuire le conseguenze derivanti da tale situazione. Con l'introduzione del sistema metrico decimale (1795), si creò un sistema di misura semplice e adeguato sia alle esigenze delle scienze sia alle necessità della vita pratica. Per motivi tradizionali, sono tuttora usate in alcune località del nostro Paese le vecchie unità di misura per le aree (per es. la pertica, il tomolo, il moggio, lo stajo, la tavola, la giornata, ecc...)

### X.1.1 – Figure piane equiestese

Due figure piane come le stelle S1 ed S2 di figura 1 possono avere la stessa forma e ruotandone una rispetto all'altra si nota che coincidono punto per punto, per cui saranno due figure **congruenti** (simbolo  $\cong$ ) e, sovrapponendole una sull'altra, si evidenzia che occupano la stessa parte di piano cioè hanno la stessa **estensione o superficie**.

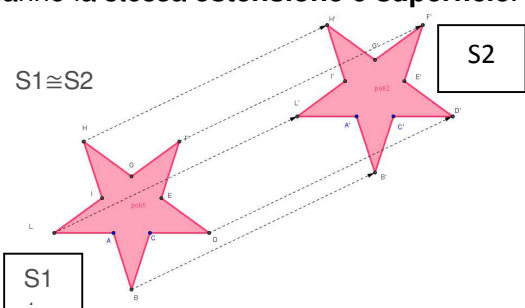


Figura 1: la stella S1 è sovrapponibile alla stella S2 quindi saranno congruenti.

Ci potrebbe essere il caso di trovarsi di fronte a due figure (figura 2) che non possono essere sovrapposte quindi non sono congruenti pur avendo la stessa estensione (16 quadretti); in questo caso si dice che le figure sono **equiestese** o **equivalenti** (simbolo  $\equiv$ ) e si scrive  $F1 \equiv F2$  e si legge "F1 è equivalente a F2".

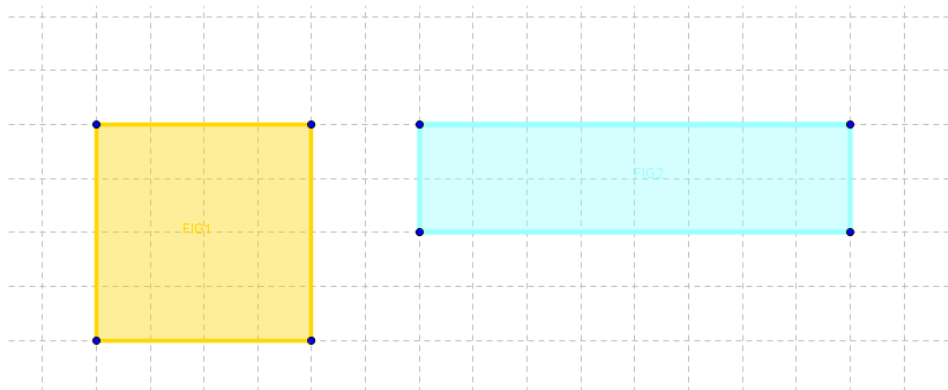


Figura 2: le figure F1 e F2 pur essendo equivalenti non sono congruenti.

Due figure piane si definiscono **equivalenti** (o **equiestese**) se hanno la stessa superficie, la stessa estensione cioè la stessa **area**.



OSSERVA CHE...

- 1- Due figure congruenti saranno sempre equivalenti;
- 2- Due figure equivalenti non hanno necessariamente lo stesso perimetro, non sono cioè isoperimetriche (vedi figura 3);

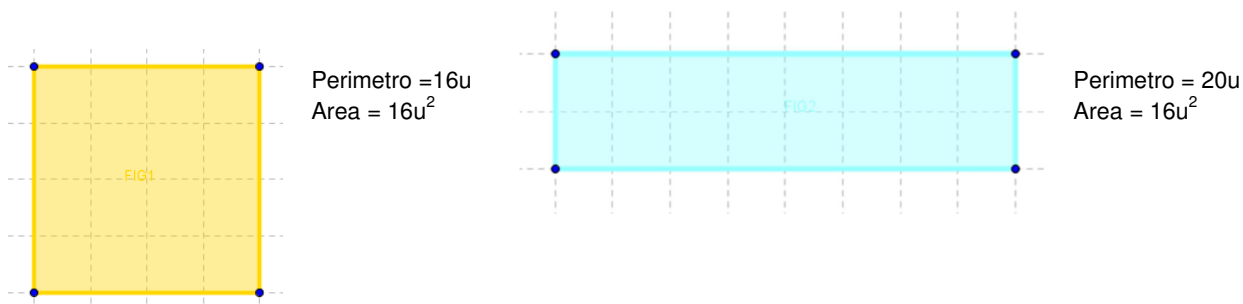


Figura 3: le figure pur essendo equivalenti non sono isoperimetriche.

- 3- Due figure isoperimetriche non sono necessariamente equivalenti (vedi figura 4)

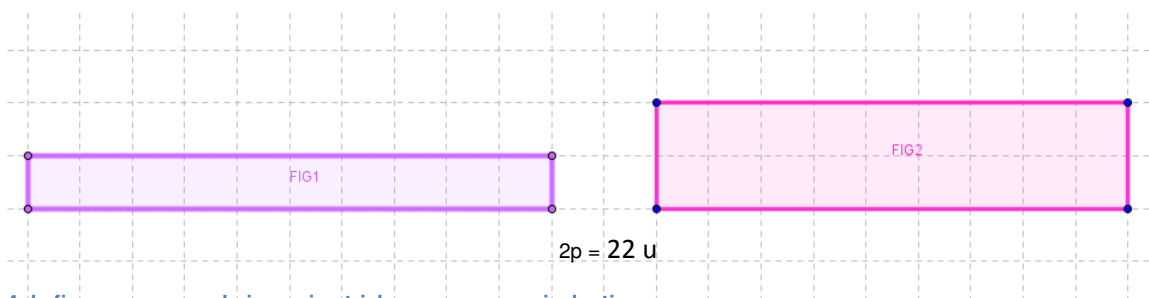


Figura 4: le figure pur essendo isoperimetriche non sono equivalenti.

Per comprendere meglio il concetto di equivalenza si possono svolgere delle attività pratiche (fig.5):

- ritaglia le stelle congruenti della figura 1 (magari costruite con del compensato), e pesale su una bilancia a due piatti: vedrai che esse hanno lo stesso peso.
- ripeti l'attività ritagliando il quadrato e il rettangolo della figura 2 e vedrai che, pur non avendo la stessa forma, queste figure risulteranno equivalenti o equiestese perché hanno lo stesso peso e saranno quindi costituite dalla stessa quantità di materiale. In tal modo sarà più naturale e rapido far comprendere il concetto di misura delle superfici, sia con il metodo diretto, tramite la sovrapposizione, sia con il metodo indiretto, tramite il loro peso.

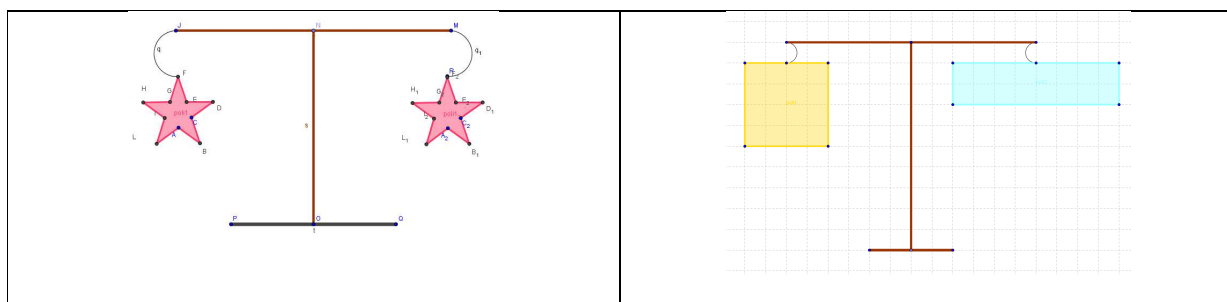


Figura 5: le figure equivalenti hanno lo stesso peso.

- ritaglia su fogli di carta quadrettata coppie di figure congruenti (figura 6), scomponile in parti uguali e risulterà evidente che le figure congruenti sono sempre equiestese, mentre le figure equiestese non hanno necessariamente la stessa forma e quindi non sono sempre congruenti.

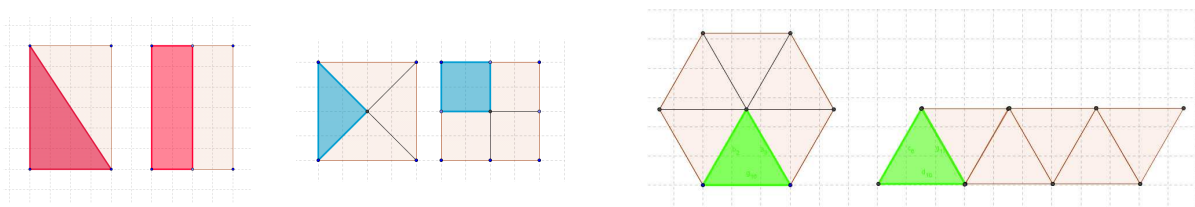


Figura 6: equiestensione di figure piane senza congruenza.

## L'OMINO VUOLE RICORDARTI CHE...



Gli aggettivi **uguale**, **simile**, **equivalenti**, **congruenti** hanno significati diversi.

**UGUALE** con simbolo = è un termine generico e bisogna sempre specificare il punto di vista dell'uguaglianza.

**SIMILE** si usa in geometria per definire due figure uguali per forma ma non per dimensioni.

**EQUIVALENTI** con simbolo  $\equiv$  si usa in geometria per indicare due figure uguali per estensione ma non per forma.

**CONGRUENTI** con simbolo  $\cong$  si usa in geometria per indicare due figure uguali per forma ed estensione quindi se sovrapposte coincidono tutti i punti.

## Prova TU

1. Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.

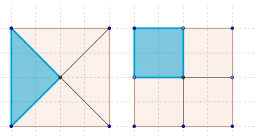
Due figure congruenti hanno:

- i. Stessa forma
- ii. Stessa estensione (area)
- iii. Stesso perimetro
- iv. Stesso colore

V	F
V	F
V	F
V	F

2. L'area del quadratino colorato è uguale a quella del triangolo colorato?

SI	NO
----	----



3. Due figure equivalenti sono obbligatoriamente isoperimetriche? Fai un esempio utilizzando due rettangoli.

4. Due figure isoperimetriche sono obbligatoriamente equivalenti? Fai un esempio utilizzando due rettangoli.

## X.1.2 – Equiscomponibilità

Per introdurre questo argomento si faranno creare ai ragazzi delle figure con il Tangram (figura 7): consiste in un gioco millenario, proveniente dall'antica Cina, ottenuto dalla scomposizione di un quadrato in sette forme geometriche, quattro triangoli isosceli e rettangoli, un quadrato e un parallelogramma che vanno disposti in modo opportuno così da formare varie figure.

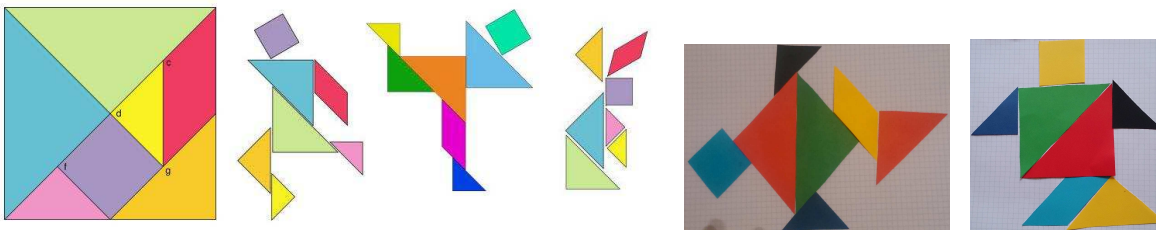


Figura 7: gioco del tangram con cui ottenere figure equiscomponibili e quindi equivalenti.

Combinando opportunamente i pezzi del Tangram, è possibile ottenere un numero pressoché infinito di figure, alcune geometriche, altre che ricordano oggetti di uso comune.

Questa attività è utile per far "manipolare" la relazione di **equiscomponibilità** infatti, dall'osservazione di tali figure si potrà concludere che è possibile scomporre le figure nello stesso numero di parti congruenti e per questo chiamarle "**equicomposte** o **equiscomponibili**".

**Sarà evidente che le figure equicomposte, o equiscomponibili occupano la stessa parte di piano e sono pertanto equivalenti.**

Per ampliare il concetto di **equiscomponibilità** (vedi figura 8) si può far ritagliare da un foglio quadrettato un rettangolo (A) e dei triangoli congruenti (B, C) in modo da far costruire ai ragazzi altre figure (E, F, G, H) equivalenti perché somma di figure congruenti.

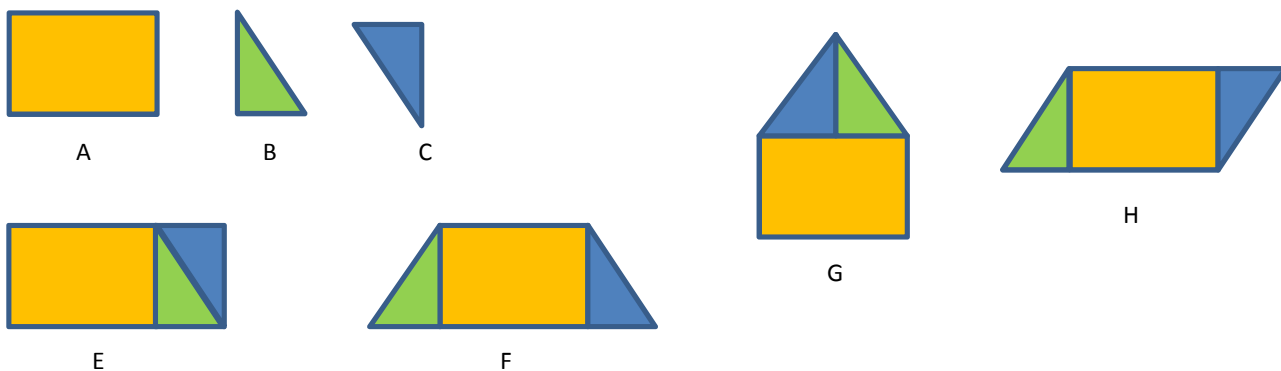


Figura 8: componendo in diversi modi le figure A, B e C otteniamo le figure E, F, G, H.



**Attenti ragazzi che il contrario non è sempre valido cioè figure equivalenti non sono sempre equicomposte, ossia due figure con la stessa area non sempre possiamo scomporle in parti congruenti (esempio: un trapezio ed un cerchio possono avere stessa area ma non sono equicomposti).**

Possiamo affermare inoltre che si ottengono figure equivalenti F1 ed F2 pur sottraendo parti congruenti o equivalenti (vedi fig.9).  $F1 \equiv F2$

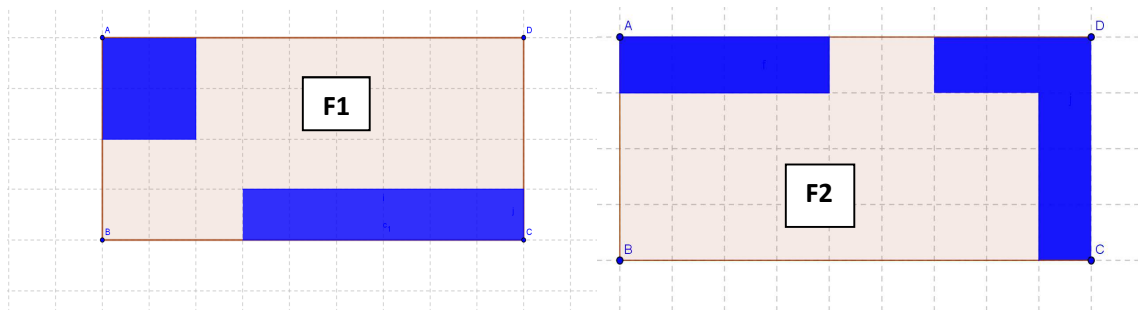


Figura 9: equivalenza per differenza  
Quindi posso concludere che:

**Addizionando o sottraendo parti congruenti a figure congruenti si otterranno ancora figure equivalenti.**

## Prova TU

5. Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.

Due figure:

equicomposte sono equivalenti?

 V

 F

equicomposte sono congruenti?

 V

 F

congruenti se le addiziono ad una terza figura avrò ancor due figure equivalenti?

 V

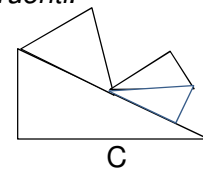
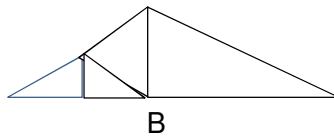
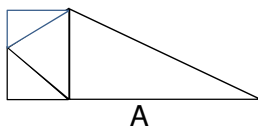
 F

congruenti se le sottraggo ad una terza figura avrò ancor due figure equivalenti?

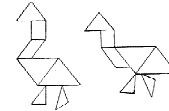
 V

 F

6. Spiega perché le figure A, B e C sono equivalenti. Colora le figure congruenti.



7. Queste due figure sono congruenti? Sono equivalenti?

 SI  NO


8. Individua quali figure sono equivalenti perché equicomposte:



9. Prova a disegnare una figura equivalente ma non congruente alla figura S qui sotto:



## X.2 – MISURARE UNA SUPERFICIE

Cos'è la superficie di una figura piana? È la parte di piano delimitata da una linea chiusa ed essendo una grandezza, è misurabile.

Chiameremo **Area** (simbolo A) il calcolo della **misura di una superficie**.

Per esempio vogliamo calcolare l'area del pannello solare di figura 10:

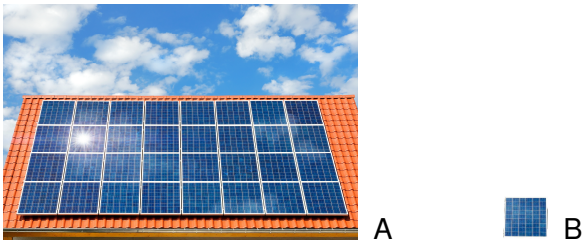


Figura 10: misurare l'area di una superficie A vuol dire confrontarla con una ad essa omogenea presa come unità di misura B.  
<http://www.energianoproblem.it/wp-content/uploads/2012/03/Pannelli-solari-termici.jpg>

Per prima cosa dobbiamo scegliere un'unità di misura omogenea cioè della stessa specie della grandezza da misurare (vedi fig. 10) e nel nostro caso abbiamo preso come riferimento il quadrato B e successivamente, abbiamo visto quanti quadrati B sono necessari per ricoprire l'intero pannello solare A. Questo confronto si esprime con un numero, nel nostro caso 32 quadratini e si dice che l'area di A rispetto all'unità B vale 32.

**L'area di una figura ossia la misura della superficie, è il confronto espresso con un numero tra l'unità di misura scelta e la grandezza da misurare.**

Ricordiamo che due figure piane equivalenti hanno la stessa area.

L'unità fondamentale di misura delle superfici, nel sistema metrico decimale, è il **metro quadrato** (simbolo  $m^2$ ) che corrisponde ad un quadrato avente il lato lungo 1 metro, con i suoi multipli e sottomultipli (figura 11).

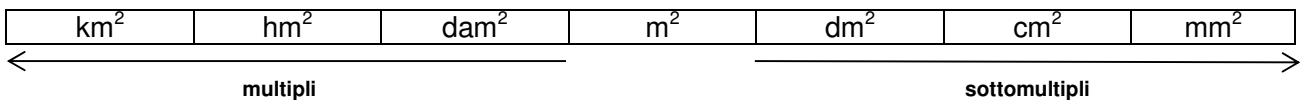


Figura 11: multipli e sottomultipli dell'unità fondamentale della superficie, il  $m^2$ .

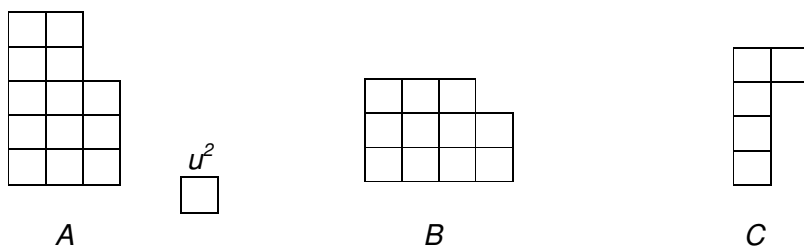


OSSERVA CHE...  
 ogni unità vale 100 volte l'unità immediatamente inferiore es:  $4 m^2 = 400 dm^2$  ;  $13,5 cm^2 = 1350 mm^2$ .

**Prova TU**

10. Completa:  
 Misurare una superficie vuol dire confrontarla con un'altra presa come \_\_\_\_\_ omogenea e stabilire \_\_\_\_\_

11. Calcola l'area delle seguenti figure conoscendo l'unità di misura  $u^2$  indicata accanto:



12. Qual è l'unità di misura per le superfici nel sistema metrico decimale? Quali sono i multipli e sottomultipli?

13. Esegui le seguenti equivalenze:

12 dam <sup>2</sup> = _____ dm <sup>2</sup>	0,23 dm <sup>2</sup> = _____ mm <sup>2</sup>
58 m <sup>2</sup> = _____ hm <sup>2</sup>	3,46cm <sup>2</sup> = _____ m <sup>2</sup>
1,46 cm <sup>2</sup> = _____ mm <sup>2</sup>	789 km <sup>2</sup> = _____ dam <sup>2</sup>
27 Km <sup>2</sup> = _____ m <sup>2</sup>	1,37 hm <sup>2</sup> = _____ m <sup>2</sup>

## X.3 – AREA DEL RETTANGOLO

Immaginiamo di voler decorare la superficie della barretta di cioccolato (fig.12) che ha forma rettangolare, dobbiamo saperne la superficie ossia la sua estensione.



Figura 12: vogliamo calcolare l'area di questa barretta di cioccolato. <http://www.cioccolateriaveneziana.it/negozi/cioccolato-fondente-senza-zucchero/>

Per calcolare l'area di un rettangolo devo scegliere l'unità di misura di riferimento che sarà un quadratino di lato 1 cm e quindi avente la superficie di 1 cm<sup>2</sup>, suddivido poi a barra di cioccolato in tanti quadratini quanti sono i cm (vedi figura 13) e poi conto il totale degli stessi.

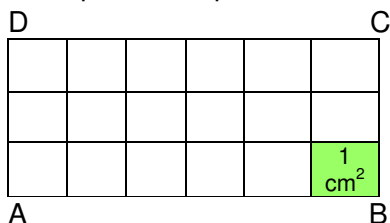


Figura 13: suddivisione della barretta di cioccolato in tanti quadratini equivalenti, ciascuno con area di 1 cm<sup>2</sup>.

In questo caso è evidente che ci sono 6 quadratini per fila e di file in tutto ce ne sono 3 quindi il numero totale dei quadratini sarà 18, per cui l'area totale del rettangolo sarà di 18 cm<sup>2</sup>.



Area = superficie di una fila · numero totale di file

Indicando con il termine **base** il lato AB del rettangolo e con il termine **altezza** il lato BC, allora posso anche esprimere l'area del rettangolo con questa formula:

$$A = \text{base} \cdot \text{altezza} \quad \text{ossia} \quad A = b \cdot h$$

**L'area di un rettangolo si calcola moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza.**

Conoscendo la formula diretta dell'area possiamo ricavare le formule inverse da utilizzare quando sappiamo l'area e vogliamo conoscere la base o l'altezza:

$$b = \frac{A}{h} \quad \text{e} \quad h = \frac{A}{b}$$

### ESEMPI

1- Calcola l'area di un rettangolo avente la base lunga 5 cm e l'altezza 2 cm.

$$A = b \cdot h = 5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$$

2- Calcola la misura dell'altezza di un rettangolo sapendo che la sua area misura 48 cm<sup>2</sup> e la sua base 6 cm.

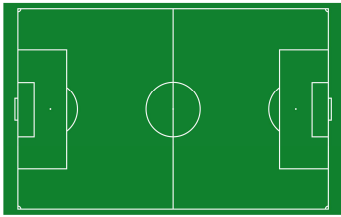
$$h = \frac{A}{b} = \frac{48 \text{ cm}^2}{6 \text{ cm}} = 8 \text{ cm}$$

### Prova TU

14. Completa la seguente tabella relativa ad un rettangolo:

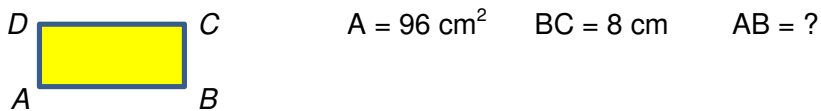
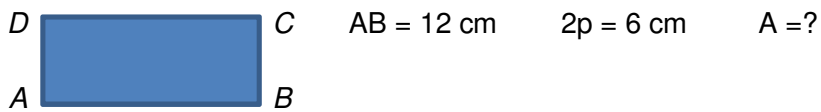
BASE ( cm )	ALTEZZA ( cm )	AREA ( cm <sup>2</sup> )
10	3	30
8		72
	12	60
14	7	

15. Un campo di calcio ha le dimensioni di 120 m e 90 m. Quanto misurerà la sua superficie?



[https://ideeintavola.wordpress.com/2012/06/29/bandierine-tricolore-e-campo-di-calcio-da-ritagliare/campo\\_a3/#main](https://ideeintavola.wordpress.com/2012/06/29/bandierine-tricolore-e-campo-di-calcio-da-ritagliare/campo_a3/#main)

16. Calcola ciò che ti viene richiesto:



17. Determina l'area di un rettangolo sapendo che il perimetro misura 48 cm e che la base è il doppio dell'altezza.

## X.4 – AREA DEL QUADRATO

Andando ad un museo potremmo rimanere incantati nel vedere un quadro di forma quadrata (fig. 14) e chiederci come mai un oggetto così piccolo potesse valere tanto. Quanto misurerà la superficie di questo quadro?

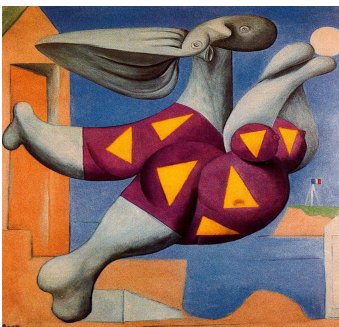


Figura 14: oggetto di forma quadrata.

Beh pensandoci un po' potremmo considerare il quadrato come una specie di rettangolo particolare dove le due dimensioni sono uguali e quindi per calcolarne la superficie basta moltiplicare la misura del lato (indicato con  $l$ ) per la misura dell'altezza (sempre uguale ad  $l$ ) vedi fig.15:

$$A = l \cdot l = l^2$$

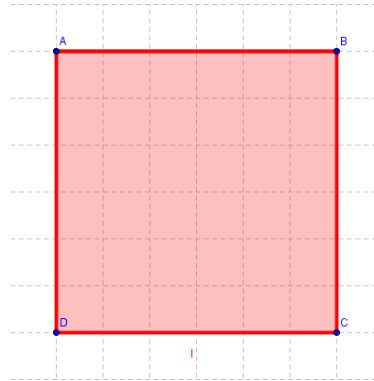


Figura 15: quadrato e calcolo della sua area come prodotto del lato per se stesso.

**L'area di un quadrato si ottiene moltiplicando la misura del lato per se stessa oppure calcolare il lato al quadrato**

Conoscendo la formula diretta posso calcolare il lato, sapendo l'area, attraverso la **radice quadrata** (operazione inversa dell'elevamento al quadrato):  $l = \sqrt{A}$

### ESEMPI

1- Calcola l'area di un quadrato avente il lato lungo 12 cm.

$$A = l \cdot l = l^2 = 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$$

2- Calcola la misura del lato di un quadrato sapendo che la sua area misura  $81 \text{ cm}^2$ .

$$l = \sqrt{A} = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

### Prova TU

18. Calcola il perimetro e l'area di un quadrato avente il lato lungo 9 m.[36 m,  $81 \text{ m}^2$ ]

19. Il perimetro di un quadrato misura 48 m. Calcola la sua area.[ $144 \text{ m}^2$ ]

20. L'area di un quadrato misura  $15625 \text{ m}^2$ . Calcola il perimetro.[500 m]

21. Completa la tabella:

lato( cm)	area	perimetro
12		
	625	
		372
6,4		

[144 cm<sup>2</sup>-48 cm; 25 cm - 100 cm; 93 cm- 8649 cm<sup>2</sup>; 40,96 cm<sup>2</sup>-25,6 cm]

## X.5 – AREA DEL PARALLELOGRAMMA

Ragazzi osservate la figura 16 qui sotto e provate a dire cosa è successo....

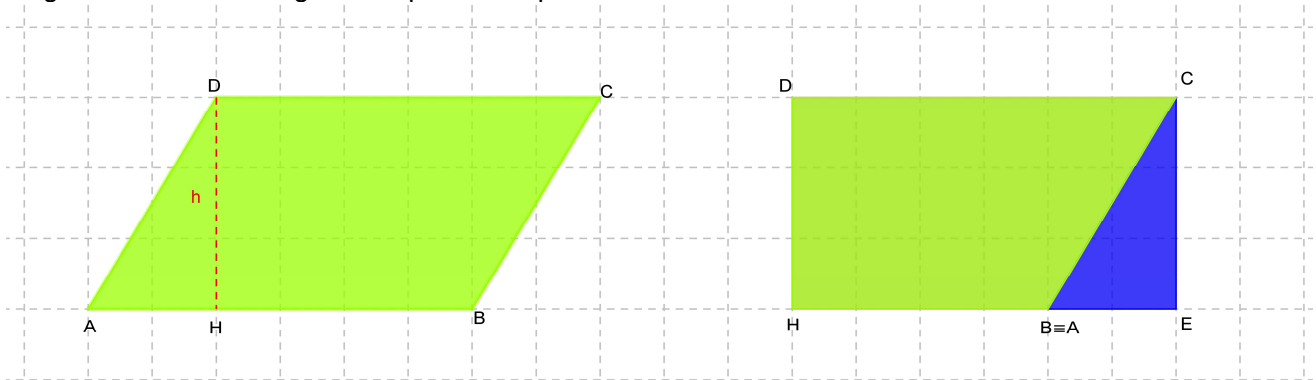


Figura 16: parallelogramma ABCD e traslazione del triangolo ADH lungo la base per formare un rettangolo.

Il parallelogramma (o parallelogrammo) è una figura geometrica che possiamo scomporre in due parti (fig. 16): un triangolo rettangolo ADH ed un trapezio rettangolo DHBC.

Per calcolare la superficie del parallelogramma possiamo pensare di dimostrare l'equivalenza tra questa figura ed una di cui so già misurarne l'area: nel nostro caso per esempio mediante uno spostamento (detta **traslazione**) lungo il lato HB del triangolo DHA fino a formare un rettangolo HDCE.

Osservando bene il rettangolo, noto che la base HE del rettangolo è uguale a quella del parallelogramma AB e l'altezza del parallelogramma DH è uguale a quella del rettangolo DH, quindi le **due figure sono equicomposte pertanto equivalenti**.

Quindi riassumendo (vedi fig.17) possiamo dire:

$$A = \text{base} \cdot \text{altezza} \quad \text{ossia} \quad A = b \cdot h$$

le formule inverse saranno  $b = \frac{A}{h}$  e  $h = \frac{A}{b}$

**L'area di un parallelogramma si ottiene moltiplicando la misura della base per la misura dell'altezza relativa alla base.**

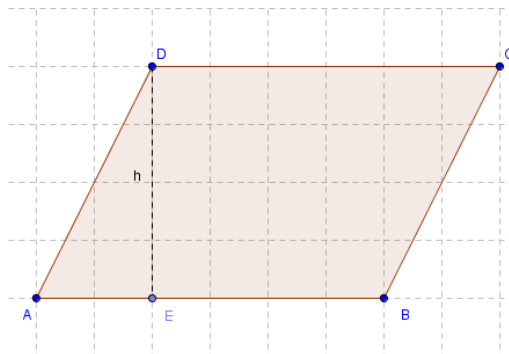


Figura 17: parallelogramma ABCD e altezza relativa al lato AB.

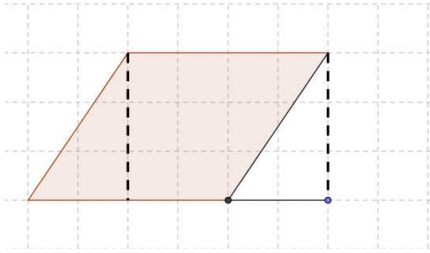
### ESEMPI

- 1- Calcola l'area di un parallelogramma avente la base lunga 15 cm e l'altezza è  $\frac{3}{5}$  della base.  
 $h = \frac{3}{5} \cdot 15 = 9 \text{ cm}$  quindi  $A = b \times h = 15 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 135 \text{ cm}^2$
- 2- Calcola la misura dell'altezza di un parallelogramma sapendo che la sua area misura  $24 \text{ cm}^2$  e la sua base 6 cm.

$$h = \frac{A}{b} = \frac{24 \text{ cm}^2}{6 \text{ cm}} = 4 \text{ cm}$$

### Prova TU

22. Calcola l'area di un parallelogramma sapendo che la base misura 12,3 cm e l'altezza relativa 10 cm. [123 cm<sup>2</sup>]
23. In un parallelogramma la base misura 36 cm e l'altezza relativa è  $\frac{5}{3}$  di essa. Calcola l'area. [2160 cm<sup>2</sup>]
24. In un parallelogramma la somma della base e dell'altezza relativa misura 180 cm. Sapendo che la base è  $\frac{4}{5}$  dell'altezza, calcola l'area. [8000 cm<sup>2</sup>]
25. In un parallelogramma, avente l'area di  $1452 \text{ m}^2$ , la base è  $\frac{4}{3}$  dell'altezza. Calcola la misura della base e dell'altezza. (OSSERVA IL DISEGNO):



## X.6 – AREA DEL TRIANGOLO

Per scoprire come calcolare l'area del triangolo ABC della figura 18 dobbiamo ricordare quanto detto in precedenza per il parallelogramma, infatti dobbiamo cercare di renderlo equivalente ad una figura di cui già sappiamo calcolarne l'area.

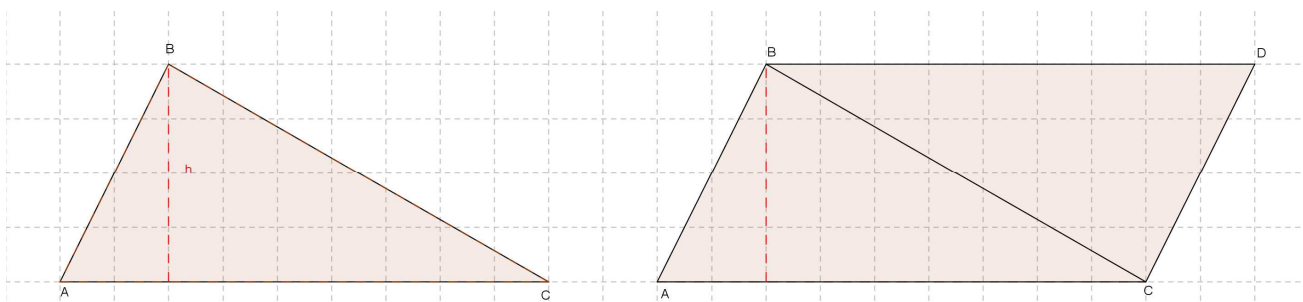


Figura 18: triangolo ABC e costruzione delle parallele ai lati AB e AC che si incontrano nel punto D per formare un parallelogramma

Possiamo seguire due vie: la prima richiede di tracciare la parallela al lato AB passante per C ed ancora la parallela al lato AC passante per B; queste si incontreranno nel punto D creando quindi un parallelogramma ABDC che risulta essere esattamente il doppio del triangolo, formato quindi da due triangoli equivalenti.

Altra dimostrazione è quella di utilizzare la rotazione di  $180^\circ$  o simmetria centrale con il centro nel punto medio del lato del triangolo (vedi fig. 19).

Sia con la prima che con la seconda dimostrazione otteniamo dei parallelogrammi con base e altezza identici al triangolo di partenza per cui **l'area del triangolo sarà equivalente alla metà di quella di un parallelogramma con stessa base e stessa altezza.**

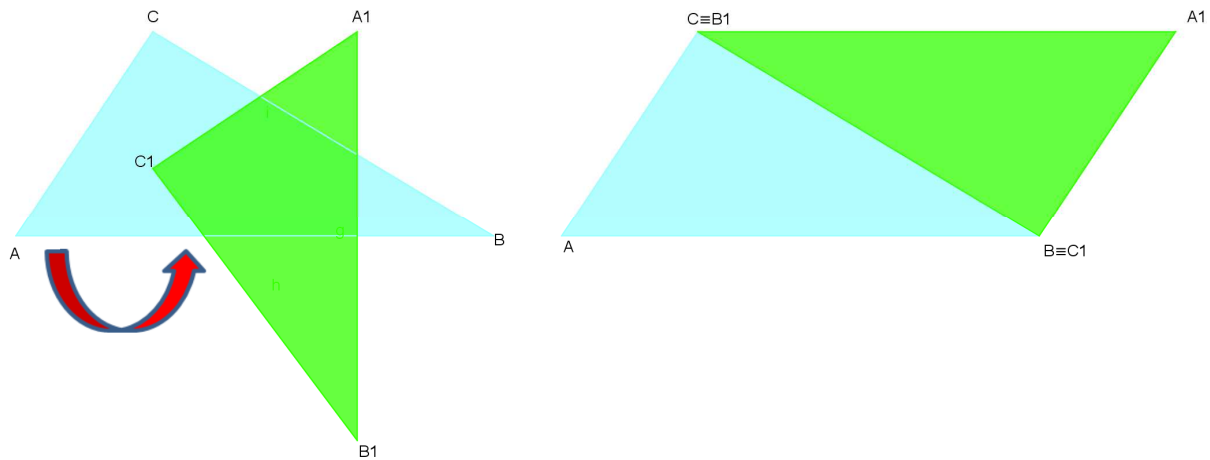


Figura 19: rotazione del triangolo ABC di 180° per formare un parallelogramma ABCD

**L'area di un triangolo qualsiasi si ottiene moltiplicando la misura della base per la misura dell'altezza relativa alla base oppure posso anche dire che occorre moltiplicare la misura di un lato del triangolo per l'altezza ad esso relativa.**

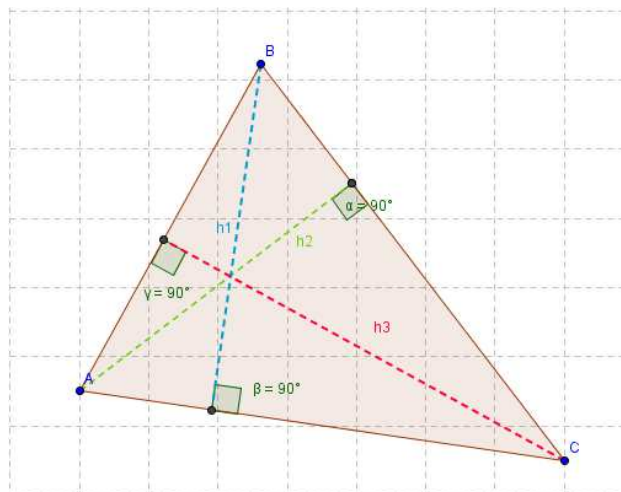


Figura 20: per misurare l'area di un triangolo qualsiasi occorre moltiplicare il valore di un lato per l'altezza ad esso relativa.

Quindi le formule saranno:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \text{da cui}$$

$$h = \frac{A \cdot 2}{b} \text{ e } b = \frac{A \cdot 2}{h}$$

## ESEMPI

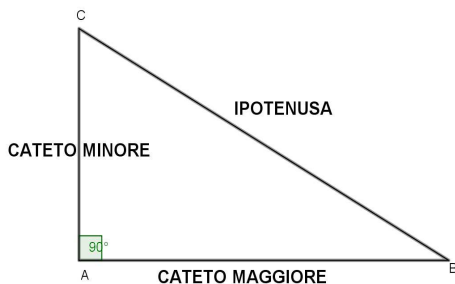
1- Calcola l'area di un triangolo avente il lato lungo 12 cm e l'altezza ad esso relativa di 4 cm.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

2- Calcola la misura del lato di un triangolo sapendo che la sua area misura 42 cm<sup>2</sup> e l'altezza relativa al lato richiesto sia di 6 cm.

## X.1.1 – Area del triangolo rettangolo

Ricordando la definizione di triangolo rettangolo e il nome dei lati (vedi fig 21), assumiamo che la base sia il cateto minore e l'altezza naturalmente sarà il cateto maggiore, avremo allora che:



$$A = \frac{C \cdot c}{2} \text{ da cui } C = \frac{A \cdot 2}{c} \text{ e } c = \frac{A \cdot 2}{C}$$

dove C rappresenta il cateto maggiore e c il cateto minore.

Figura 21: per misurare l'area di un triangolo rettangolo occorre moltiplicare il valore dei due cateti e dividere il tutto per due.

**L'area di un triangolo rettangolo si ottiene moltiplicando le misure dei due cateti e dividendo il prodotto per due.**

Se invece il triangolo poggia sull'ipotenusa AB (vedi fig.22) allora l'area di tale triangolo sarà:

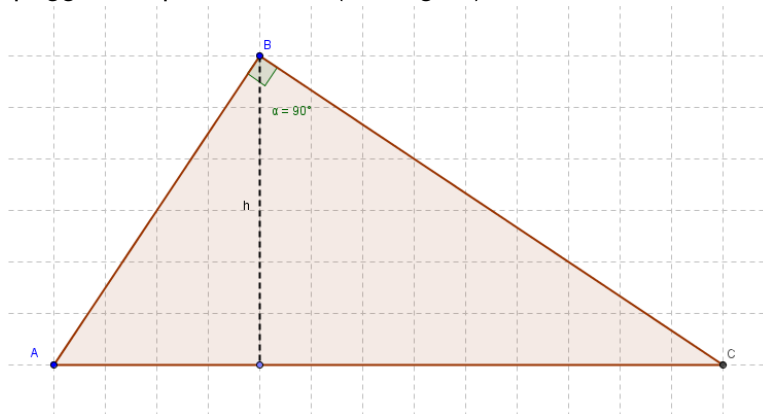


Figura 22: triangolo rettangolo dove la base corrisponde all'ipotenusa e per misurarne l'area occorre moltiplicare il valore dell'ipotenusa per l'altezza ad essa relativa e dividere il tutto per due.

**L'area di un triangolo rettangolo si ottiene moltiplicando l'ipotenusa per la misura dell'altezza ad essa relativa e dividendo il prodotto per due.**



### Caso particolare: la Formula di Erone

Nonostante tutte le formule precedenti ce n'è ancora una, **la formula di Erone**, che permette di calcolare l'area di un triangolo qualsiasi conoscendo solo la misura dei tre lati a, b, c:

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} \quad \text{e} \quad p = \frac{a + b + c}{2}$$

dove p rappresenta il semiperimetro.

#### ESEMPIO

1- Calcola l'area di un triangolo avente i lati lunghi rispettivamente 10 cm, 24 cm e 26 cm.

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{10+24+26}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm quindi andando a sostituire}$$

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} = \sqrt{30 \cdot (30 - 10) \cdot (30 - 24) \cdot (30 - 26)} = \sqrt{30 \cdot 20 \cdot 6 \cdot 4} = \sqrt{14400} = 120 \text{ cm}^2$$

### Prova TU

26. In un triangolo l'area misura  $160 \text{ cm}^2$  e la base  $16 \text{ cm}$ , calcola l'altezza relativa. [20 cm]
27. Calcola l'area di un triangolo sapendo che la base misura  $27 \text{ cm}$  e l'altezza è i  $\frac{5}{3}$  di essa. [607,5  $\text{cm}^2$ ]
28. Calcola l'area di un triangolo rettangolo avente il cateto maggiore di  $18 \text{ cm}$  e il minore di  $6 \text{ cm}$ . [54  $\text{cm}^2$ ]
29. In un triangolo la somma dei tre lati misura  $27 \text{ cm}$ ., e sono direttamente proporzionali ai numeri 2, 3 e 4. Calcola l'area del triangolo (approssima il risultato all'unità). [calcola l'area con la formula di Erone :  $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 26 \text{ cm}^2$ ]

## X.7 – AREA DEL ROMBO

Nel nostro immaginario la figura geometrica del rombo la rappresentiamo sempre posizionata in verticale ma possiamo anche disegnarla con un lato obliquo che rappresenti la base (vedi fig. 23):

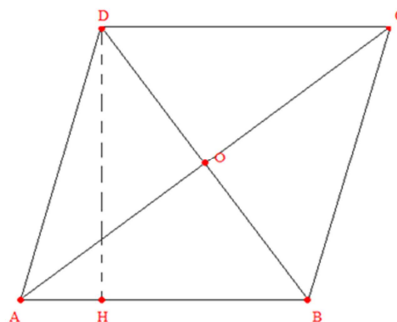
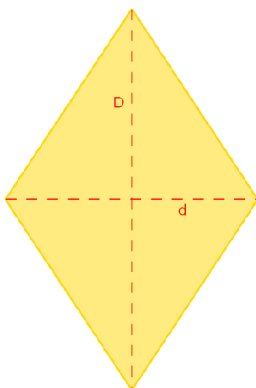


Figura 23: rombo posizionato verticalmente ed anche orizzontalmente poggiante un uno dei 4 lati uguali con relativa altezza.

Ricordiamo che il rombo è un quadrilatero particolare con 4 lati uguali e posizionandolo orizzontalmente noto la somiglianza al parallelogramma quindi per calcolare la sua area possiamo moltiplicare la misura del lato del rombo AB per l'altezza ad esso relativa DH.

$$A = l \cdot h = AB \cdot DH \quad \text{da cui si ricavano le formule inverse } h = \frac{A}{l} \quad \text{e} \quad l = \frac{A}{h}$$

Nel caso invece conosciamo la misura delle due diagonali, allora l'area del rombo andrà calcolata in un altro modo che ora descriviamo (vedi fig.24).

Disegniamo le parallele alle diagonali passanti per i vertici:

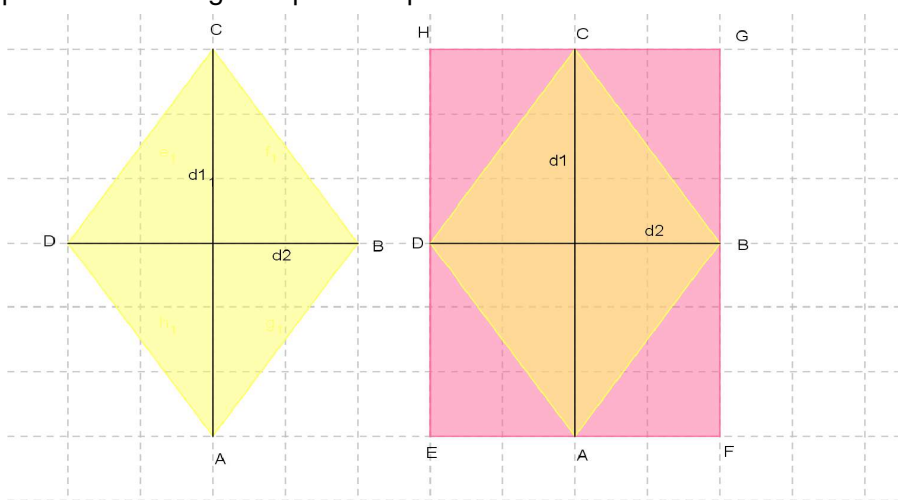


Figura 24: costruzione di un rettangolo EFGH a partire da un rombo ABCD tracciando le parallele alle diagonali passanti per i vertici.

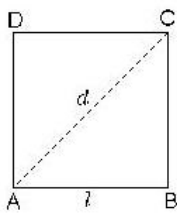
otteniamo un rettangolo i cui lati sono congruenti alle diagonali del rombo: noteremo che questo grande rettangolo risulterà formato da 8 triangoli rettangoli tutti uguali mentre il rombo sarà formato da soli 4 triangoli rettangoli uguali, ne segue che il rombo è equivalente alla metà del rettangolo. Indicando con  $d_1$  e con  $d_2$  rispettivamente la diagonale maggiore e minore del rombo allora l'area sarà:

$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \quad \text{da cui le formule inverse conoscendo l'area e l'altra diagonale } d_1 = \frac{A \cdot 2}{d_2} \quad \text{e} \quad d_2 = \frac{A \cdot 2}{d_1}$$

**Un rombo è equivalente alla metà di un rettangolo avente i lati congruenti alle diagonali del rombo.**

**L'area del rombo si ottiene moltiplicando tra loro la misura di entrambe le diagonali e dividendo poi il prodotto per due.**

Tale formula appena vista per il rombo può essere applicata anche al quadrato considerato come un particolare rombo (vedi fig. 25) con le diagonali e i lati congruenti; indicando con  $d$  la diagonale del quadrato, la formula dell'area sarà:



$$A = \frac{d \cdot d}{2} = \frac{d^2}{2} \quad \text{e la formula inversa } d = \sqrt{2 \cdot A}$$

Figura 25: considerazione del quadrato come un rombo particolare con i lati e le diagonali congruenti.

### ESEMPIO

1- Calcola l'area di un quadrato avente la diagonale lunga 30 cm.

$$A = \frac{d \cdot d}{2} = \frac{d^2}{2} = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450 \text{ cm}^2$$

### Prova TU

30. Completa la tabella:

$d_1$ cm	$d_2$ cm	A $\text{cm}^2$
12	18	
	4,7	235
16		342
27	56	

[108 $\text{cm}^2$ - 100cm- 42,75cm- 756 $\text{cm}^2$  ]

31. In un rombo la somma delle diagonali misura 126 cm. e la loro differenza 34 cm. Calcola l'area del rombo.[1840 $\text{cm}^2$  ]
32. In un rombo il perimetro misura 80 cm e le diagonali misurano rispettivamente 24 cm e 32 cm. Calcola l'altezza relativa al lato del rombo.[19,2cm ]
33. In un rombo un lato e l'altezza ad esso relativa misurano 12 cm e 7 cm. Calcola l'area e il perimetro del rombo. [84 $\text{cm}^2$ -48cm]

## X.8 – AREA DI UN QUADRILATERO CON LE DIAGONALI PERPENDICOLARI

Osserviamo il **deltoide** della figura 26: rappresenta un quadrilatero CDEF caratterizzato dall'avere due diagonali perpendicolari CE e DF e i lati congruenti a due a due ( $CF \cong CD$  e  $EF \cong DE$ ).

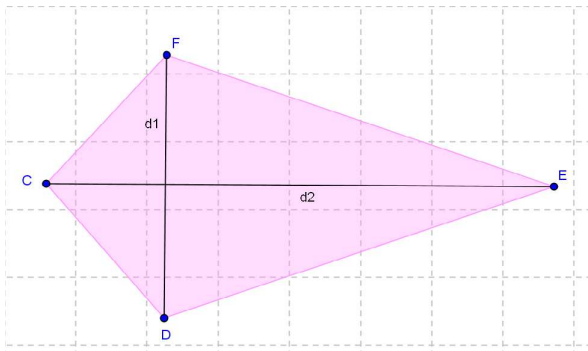


Figura 26: romboide caratterizzato dall'averle diagonali perpendicolari e i lati a due a due congruenti.

Per calcolarne l'area traccio le parallele alle diagonali passanti per i vertici del quadrilatero e osservo che si forma un rettangolo LMNO costituito da otto triangoli congruenti a due a due (lo si denota anche dalla stessa colorazione dei triangoli congruenti, vedi fig. 27) quindi posso concludere che il nostro deltoide risulterà formato da soli quattro triangoli invece di 8 e quindi sarà congruente alla metà del rettangolo avente come dimensioni la misura delle due diagonali:

$$A = \frac{LM \cdot MN}{2} = \frac{d1 \cdot d2}{2} \text{ formula diretta e relative formule inverse } d1 = \frac{2 \cdot A}{d2} \text{ e } d2 = \frac{2 \cdot A}{d1}$$

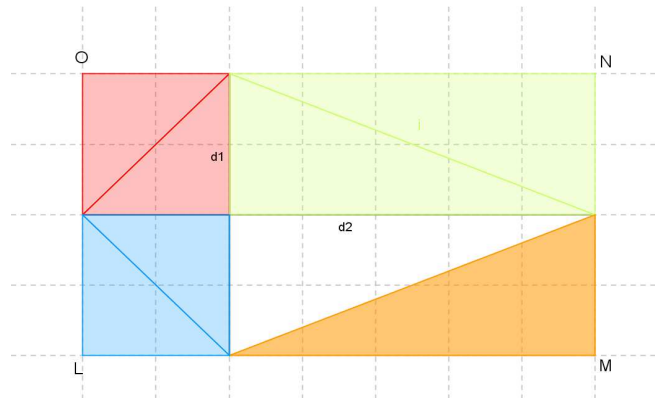


Figura 27: rettangolo LMNO caratterizzato dall'aver otto triangoli congruenti a due a due mentre il deltoide è costituito da soli 4 triangoli congruenti a due a due.

**L'area di un quadrilatero con le diagonali perpendicolari si ottiene moltiplicando tra loro la misura di entrambe le diagonali e dividendo poi il prodotto per due.**



OSSERVA CHE...

Queste formule valgono per tutti i poligoni che hanno le diagonali perpendicolari e non solo per i deltoidi caratterizzati dall'aver i lati congruenti a due a due.

**ESEMPIO**



1. Un aquilone ha la forma di deltoide e le sue due diagonali misurano rispettivamente 46 dm e 23 dm.

Calcola l'area.  $A = \frac{d1 \cdot d2}{2} = \frac{46 \cdot 23}{2} = \frac{1058}{2} = 529 \text{ dm}^2$

### Prova TU

34. Un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari e lunghe rispettivamente 18 cm e 36 cm. Calcola la sua area. [324cm<sup>2</sup>]

35. Le diagonali di un quadrilatero sono perpendicolari; la diagonale maggiore misura 42 cm e quella minore è i 5/14 della maggiore. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al quadrilatero, sapendo che ha la base di 25,2 cm. [75,4cm]

## X.9 – AREA DEL TRAPEZIO

Consideriamo il trapezio ABCD della fig. 28 caratterizzato dai lati **a**, **b**, **c**, e **d** e per calcolarne l'area seguo sempre la strategia di costruire una figura di cui so già calcolarne la superficie: a tal scopo prolungo il lato **a** (base maggiore) disegnando ad esso adiacente il lato **c** (base minore) e faccio la stessa operazione con il lato **c** disegnando il lato **a** in maniera adiacente:

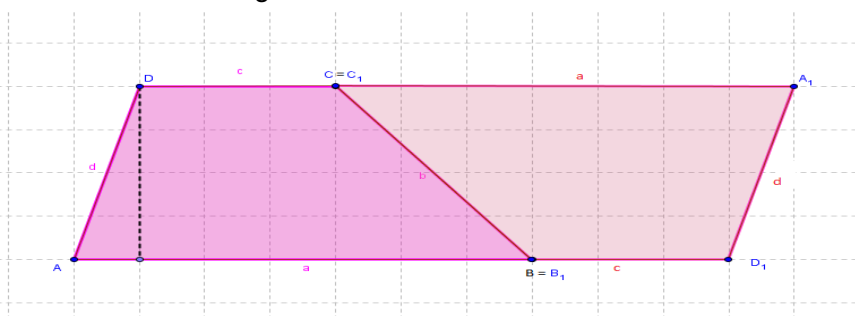


Figura 28: costruzione del parallelogramma per calcolare l'area del trapezio ABCD.

Unendo poi il punto A<sub>1</sub> con il punto D<sub>1</sub> otterrò un parallelogramma caratterizzato dall'aver per base la somma del lato **a** e **c** quindi delle due basi del trapezio e per altezza l'altezza del trapezio.

Disegna poi su un foglio di carta trasparente il trapezio B<sub>1</sub>D<sub>1</sub>A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, ritaglialo e noterai che mediante la sovrapposizione sarà congruente con il trapezio ABCD. Quindi:

**L'area di un trapezio è equivalente alla metà di quella di un parallelogramma avente per base la somma delle due basi del trapezio e per altezza la stessa altezza del trapezio.**

Indicando con B il lato a del trapezio che corrisponde alla base maggiore e con b il lato c del trapezio su riportato che corrisponde alla base minore, posso concludere che:

la formula diretta è  $A = \frac{(b+B) \cdot h}{2}$

le formule inverse saranno:  $h = \frac{2 \cdot A}{b+B}$        $b + B = \frac{2 \cdot A}{h}$

**L'area di un trapezio si ottiene moltiplicando la somma delle basi del trapezio per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto per due.**

**ESEMPIO**



Calcola l'area di questa borsetta a forma di trapezio sapendo che le basi sono lunghe rispettivamente 24 cm e 17 cm e l'altezza è di 12 cm.

$$A = \frac{(b+B) \cdot h}{2} = \frac{(24+17) \cdot 12}{2} = 246 \text{ cm}^2$$

<http://bijoux-by-ros.blogspot.it/2010/05/altro-giro-altra-borsa.html>

**Prova TU**

36. Calcola l'area dei seguenti trapezi:

b cm	B cm	h cm	A cm <sup>2</sup>
20	19	6	
	100	8	824
50	40		630
12		38	855

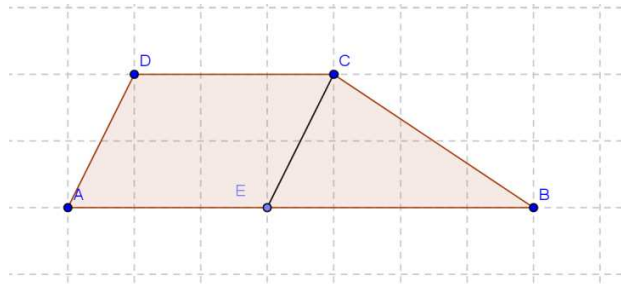
[117cm<sup>2</sup>- 106cm, 14cm, 32cm ]

37. In un trapezio la somma delle basi misura 90 cm e una dimensione è i 4/5 dell'altra. Calcola l'area sapendo che l'altezza è la metà della base maggiore. [1125cm<sup>2</sup>]

38. In un trapezio la somma delle basi misura 144 cm e la loro differenza 44 cm. Calcola l'area sapendo che l'altezza è congruente alla base minore. [3600cm<sup>2</sup>]

39. Del trapezio scaleno ABCD si sa che :

AB = 125 cm      BC = 80 cm      DC = 25 cm      e DA = 60 cm



Calcola l'area del trapezio. [3600cm<sup>2</sup> ]

## X.10 – AREA DI FIGURE IRREGOLARI

Consideriamo per esempio la figura 29: è un **poligono irregolare a contorno rettilineo** cioè il contorno è costituito da segmenti. Non esiste una formula precisa e diretta per calcolarne l'area quindi per risolvere il problema scompongo la figura in figure più semplici di cui so calcolarne l'area (in questo caso dei triangoli):

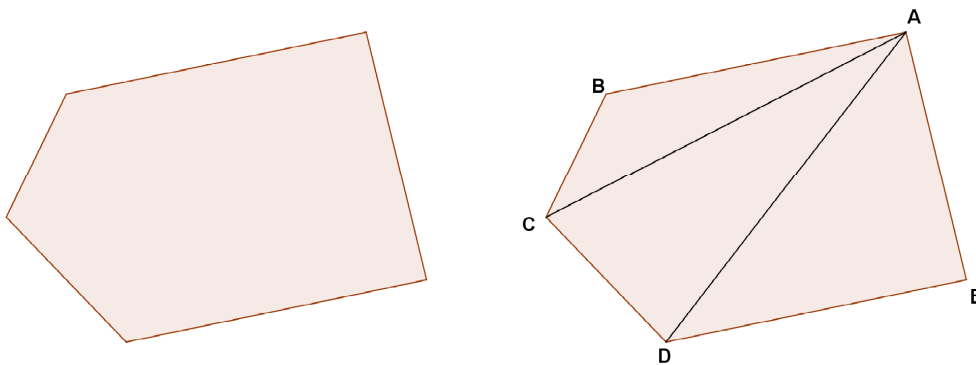


Figura 29: poligono irregolare a contorno rettilineo e per calcolarne l'area lo scompongo in tre triangoli.

Un altro esempio di figura irregolare è la figura 30 e per calcolarne l'area la scompongo in tante figure a noi note (figura 1 + figura 2 + figura 3 + figura 4 + figura 5):

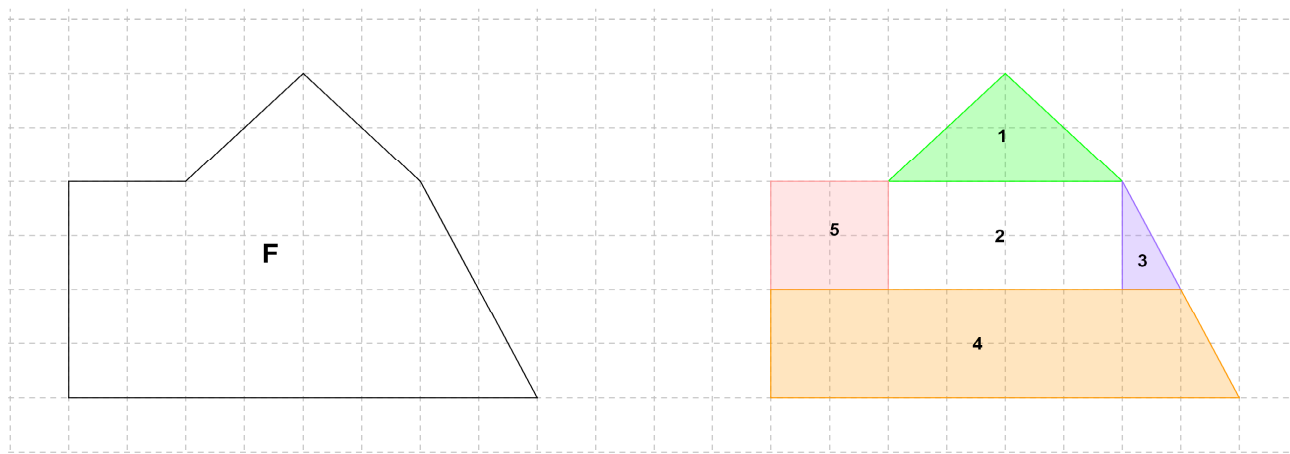


Figura 30: poligono irregolare a contorno rettilineo e per calcolarne l'area lo scompongo in un trapezio ed un rettangolo.

Supponiamo ora di voler calcolare l'area di un **poligono a contorno curvilineo** come quello di figura 31:

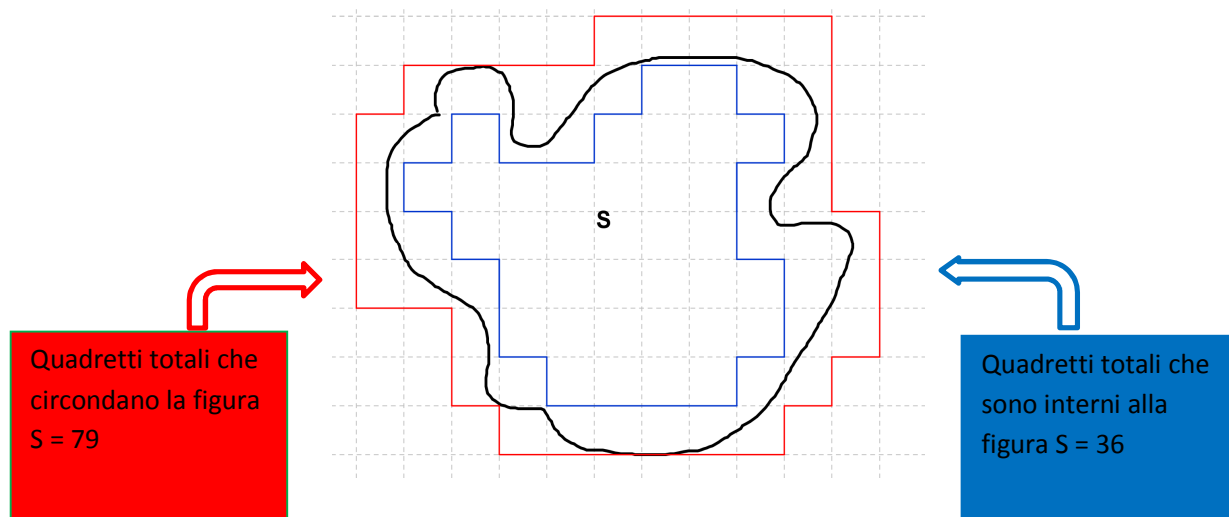


Figura 31: poligono irregolare S a contorno curvilineo e per calcolarne l'area lo riportiamo su un foglio di carta quadrettata.

Per calcolarne l'area è necessario riportare la figura su un foglio di carta quadrettata centimetrato: bisognerà valutare che l'area di tale figura S è compresa tra il poligono contornato di rosso esterno alla figura (costituito da tutti i quadretti che contengono la figura S) e il poligono contornato di blu interno alla figura S (costituito dall'insieme di quadretti interi interni alla figura S).

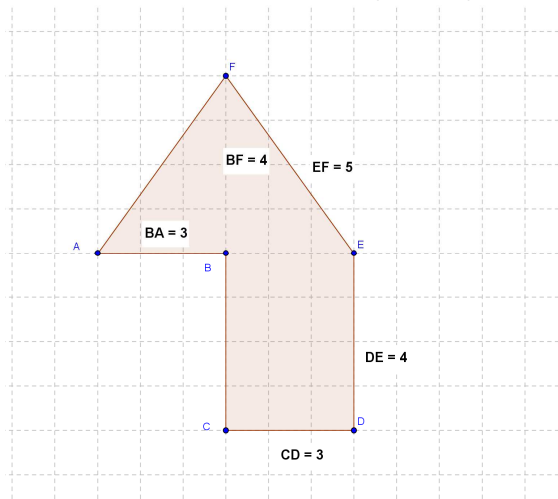
Otteniamo quindi un'approssimazione dell'area della figura S che risulterà compresa tra:

$$36 \text{ cm}^2 < S < 79 \text{ cm}^2$$



## ESEMPIO

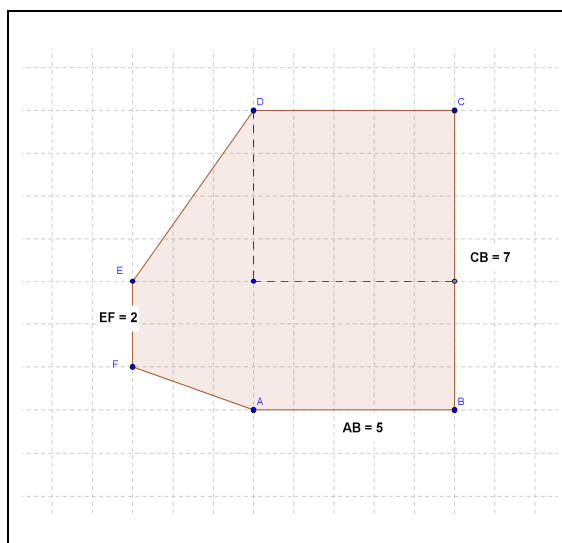
- 1- Calcola l'area del poligono disegnato, dopo averlo suddiviso in poligoni dei quali si può calcolare l'area con le formule studiate ( $u=1\text{ cm}$ ):



$$A = A_{\text{TRIANGOLO AEF}} + A_{\text{RETTANGOLO BCDE}} = \frac{b \cdot h}{2} + b \cdot h = \frac{(3+3) \cdot 4}{2} + 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$$

## Prova TU

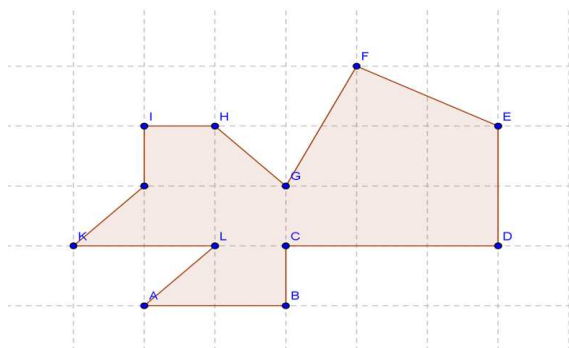
40. Calcola l'area del poligono disegnato, dopo averlo suddiviso in poligoni dei quali si può calcolare l'area con le formule studiate ( $u=1\text{ cm}$ ):



## X.X – ORA TOCCA A TE

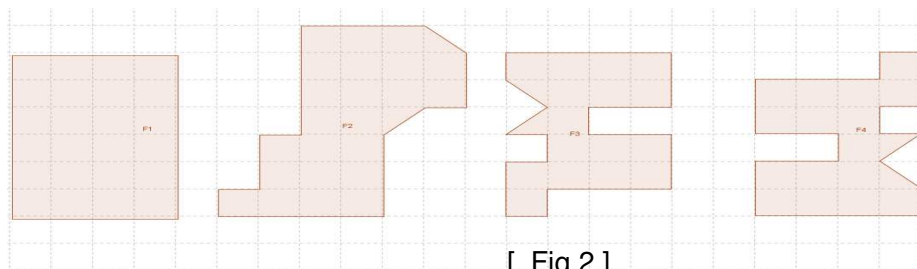
### FIGURE PIANE EQUIVALENTI - PRINCIPIO DI EQUISCOMPONIBILITA' - LA MISURA DI UNA SUPERFICIE

1. Due figure sono equivalenti quando hanno:
  - lo stesso perimetro  V     F
  - la stessa forma  V     F
  - la stessa area  V     F
  
2. Due figure isoperimetriche hanno:
  - lo stesso perimetro  V     F
  - la stessa forma  V     F
  - la stessa area  V     F
  
3. Due figure sono equicomposte quando:
  - sono congruenti  V     F
  - hanno la stessa forma  V     F
  - sono somma di figure congruenti  V     F
  
4. Nella figura data individua tutti i possibili poligoni:



[ Fig.1 ]

5. Individua le figure congruenti e le figure equivalenti:

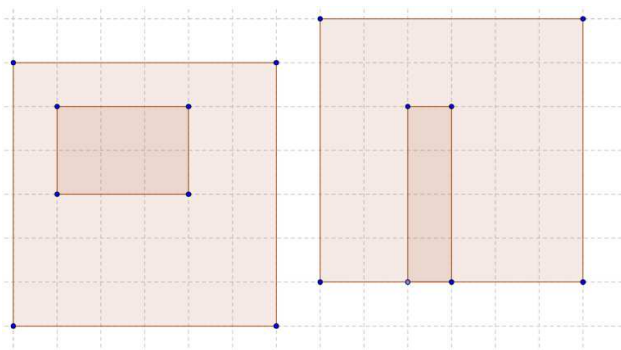


[ Fig.2 ]

6. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:
- a) Due figure congruenti sono equivalenti
  - c) Due figure equiscomponibili sono congruenti
  - e) Due figure con la stessa forma sono equivalenti
  - g) Due figure equiscomponibili per somma o differenza in parti rispettivamente congruenti sono equivalenti
  - h) Figure equivalenti sono isoperimetriche
  - j) Figure congruenti sono isoperimetriche ed equivalenti
  - l) Poligoni congruenti sono isoperimetrici ma non equivalenti
  - n) Poligoni equivalenti sono anche isoperimetrici

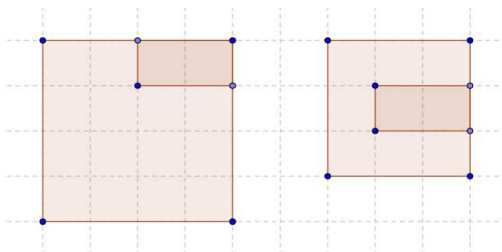
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

7. Un triangolo rettangolo isoscele di lato "l" è equivalente:
- a) Alla metà di un quadrato di lato "l"
  - b) Al doppio di un quadrato di lato "l"
  - c) Ad un rettangolo di lati "l" e 2 "l"
8. Un poligono qualsiasi si può trasformare in un altro poligono di uguale area?
- a) Sì, mediante la scomposizione del poligono in un numero finito di parti.
  - b) Sì, aggiungendo al poligono parti congruenti.
  - c) No.
9. Da quadrati congruenti vengono sottratti rettangoli non congruenti. Si può affermare che le due figure sono equivalenti per differenza? **SI NO** Spiega perché.....



[ Fig.3 ]

10. Da quadrati non congruenti vengono sottratti rettangoli congruenti. Si può affermare che le due figure sono equivalenti per differenza? **SI NO** Spiega perché.....

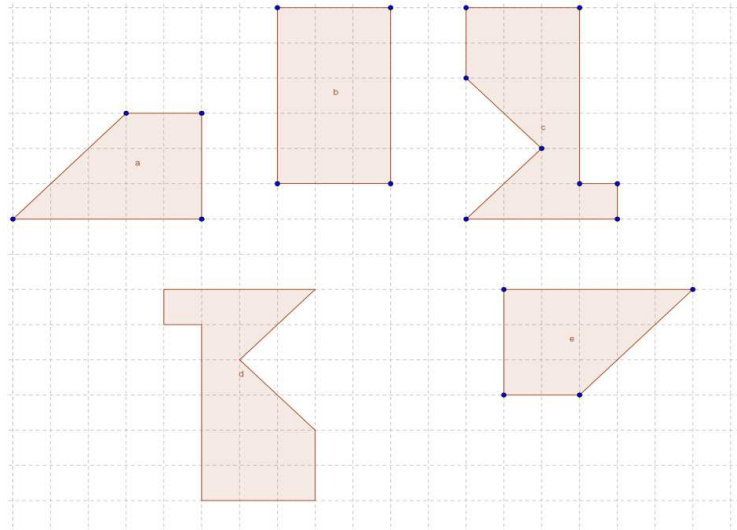


[ Fig.4 ]

11. Completa le seguenti affermazioni:

- a. Se due figure hanno la stessa forma e la stessa estensione, sono.....e anche.....
- b. Se due figure hanno forma diversa ma uguale estensione, sono.....
- c. Due figure sono ottenute mediante differenza di parti rispettivamente.....allora sono equivalenti.

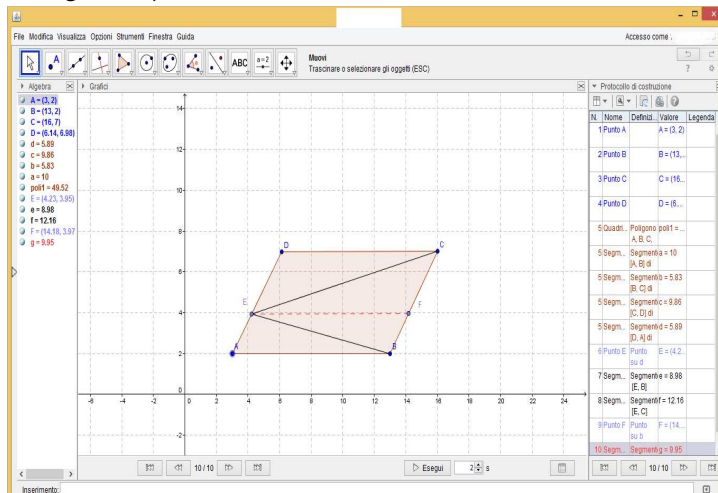
12. Considera come unità di misura delle lunghezze il lato di un quadretto e come unità di misura delle aree un quadretto. Calcola per ogni figura il perimetro (2p) e l'area (A).



[ Fig.5 ]

13) Sul lato di un parallelogrammo ABCD prendi un punto E a tuo piacere e uniscilo agli estremi del lato opposto. Come sono tra loro le superfici del quadrilatero ABCD e del triangolo BEC ? Sai spiegare perché ?

(Traccia il segmento EF parallelo ai lati AB, CD del parallelogrammo. Otterrai quattro triangoli.....)



[ Fig.6 ]

Per facilitare l'osservazione, fotografa il codice e vai all'applicazione

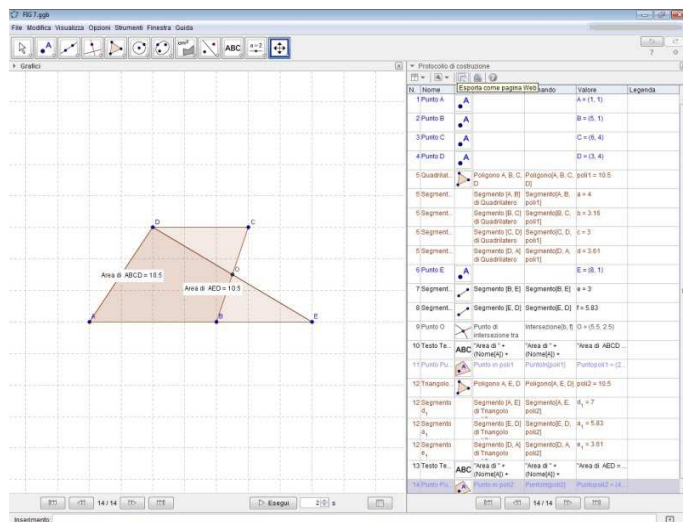
Oppure clicca [su http://tube.geogebra.org/student/mkINLsa5M](http://tube.geogebra.org/student/mkINLsa5M) e segui il protocollo di costruzione Fig. 6

14. Disegna il trapezio ABCD :

Il triangolo AED è stato ottenuto prolungando la base AB di un segmento BE congruente alla base.....e congiungendo il vertice.....con.....

Il punto O determina due triangoli DCO e..... che sono tra loro.....

Il trapezio ABCD e il triangolo AED sono.....



[ Fig.7 ]

Per facilitare l'osservazione, fotografa il codice e vai all'applicazione.



Oppure clicca su <http://tube.geogebra.org/student/mg69kba0J> e segui il protocollo di costruzione Fig.7

15. Completa la seguente tabella:

	NOME	VALORE	SIMBOLO
MULTIPLI			
UNITA'	metro quadrato	1	m <sup>2</sup>
SOTTOMULTIPLI			

16. Esegui:

a)  $17,40 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{dam}^2 = \dots\dots\dots \text{hm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$   
 $1840,21 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{dam}^2 = \dots\dots\dots \text{mm}^2$   
 $1,43 \text{ hm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{dam}^2$

- b)  $12361 \text{ m}^2 + 5308 \text{ hm}^2 + 786093 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{dam}^2$   
 $3 \text{ hm}^2 + 11,08 \text{ km}^2 + 34 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$   
 $800 \text{ km}^2 - 342 \text{ hm}^2 + 83,4 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{dam}^2$
- c) 10 ha = .....a  
63,8 a = .....ha  
453,6 ca = .....ha  
36,9 ha = .....dam<sup>2</sup>  
100,67 a = .....km<sup>2</sup>  
432 ca = .....hm<sup>2</sup>

17. Completa la tabella:

UNITA'	SIMBOLO	VALORE in m <sup>2</sup>
ettaro		1 ha = 1 hm <sup>2</sup> = 100 dam <sup>2</sup> = 10 000 m <sup>2</sup>
	a	
		1 ca = 1 m <sup>2</sup>

#### AREA DEL RETTANGOLO

18. La base e l'altezza di un rettangolo misurano rispettivamente 6 cm e 12 cm. Calcola l'area del rettangolo. [72 cm<sup>2</sup>]
19. Calcola l'area di un rettangolo sapendo che l'altezza misura 17 cm e la base è il suo doppio. [578 cm<sup>2</sup>].
20. Scrivi la formula che ti permette di calcolare l'altezza di un rettangolo conoscendo la base e l'area.
21. Un rettangolo è formato da 72 quadretti di quaderno. Sapendo che la larghezza del rettangolo è 4 volte il lato del quadretto, calcola quante volte il lato del quadretto è contenuto nella base. [58 volte]
22. Completa la seguente tabella

base	4	6	9		2,3	5,1
altezza	9	20		20	3,6	79,56
area			72	360		

[38 cm<sup>2</sup> - 120 cm<sup>2</sup> - 8 cm - 18cm 8,28 cm<sup>2</sup> - 1.56 cm<sup>2</sup>]

23. Un rettangolo alto 8 cm, ha il perimetro di 36 cm. Calcola l'area del rettangolo. [80 cm<sup>2</sup>]
24. In un rettangolo la somma della base e dell'altezza misura 32 cm e la base è i 3/5 dell'altezza. Calcola l'area del rettangolo. [240 cm<sup>2</sup>]
25. In un rettangolo la differenza tra le dimensioni misura 16 cm. Sapendo che una dimensione è i 9/5 dell'altra, calcola l'area. [720 cm<sup>2</sup>]

26. In un rettangolo la somma e la differenza delle dimensioni misura rispettivamente 86 cm e 18 cm. Calcola l'area del rettangolo. [1748 cm<sup>2</sup>]
27. In un rettangolo la base è  $\frac{3}{4}$  dell'altezza e la loro somma è 70 cm. Calcola il perimetro di un altro rettangolo equivalente ai  $\frac{3}{4}$  di quello dato e avente la base tripla rispetto a quella del primo rettangolo. [200 cm]
28. Un rettangolo ha il perimetro di 360 cm e la base è  $\frac{7}{2}$  dell'altezza. Calcola il perimetro di un rettangolo avente l'area di 3150 cm<sup>2</sup> in più rispetto all'area del primo rettangolo e le due dimensioni una  $\frac{2}{7}$  dell'altra. [450 cm]
29. Due rettangoli isoperimetrici hanno le misure delle basi rispettivamente di 18 cm e 36 cm; calcola l'area dei due rettangoli sapendo che il perimetro misura 90 cm. [486 cm<sup>2</sup>;324 cm<sup>2</sup>]
30. In un rettangolo la base misura 27 cm ed è il triplo dell'altezza. Calcola il perimetro e l'area del rettangolo. [72 cm;243 cm<sup>2</sup>]
31. Stabilisci nell'insieme N e rappresenta con una tabella tutte le possibili dimensioni che può avere un rettangolo, se l'area è 81 cm<sup>2</sup>. Traccia poi il grafico cartesiano corrispondente.
32. Stabilisci nell'insieme N e rappresenta con una tabella tutte le possibili dimensioni che può avere un rettangolo, se il perimetro è 35 cm. Traccia poi il grafico cartesiano corrispondente.
33. Due rettangoli equivalenti hanno l'area di 688 m<sup>2</sup> e le basi lunghe 16 m e 40 m rispettivamente. Calcola il perimetro di ciascun rettangolo. [118 m e 114,4 m]

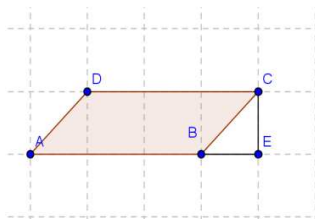
#### AREA DEL QUADRATO

34. Calcola il perimetro di un quadrato equivalente ad un rettangolo la cui base misura 60 cm e l'altezza è  $\frac{1}{4}$  della base. [120 cm]
35. Un quadrato ha il perimetro di 60 m. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al doppio del quadrato e avente l'altezza  $\frac{2}{3}$  del lato del quadrato. [110 m]
36. Se la misura della dimensione maggiore di un rettangolo diminuisce di 9 cm, si ottiene un quadrato. Sapendo che l'area di questo quadrato misura 256 cm<sup>2</sup>, calcola l'area del rettangolo. [400 cm<sup>2</sup>]
37. Un quadrato è equivalente ai  $\frac{9}{4}$  di un altro quadrato avente il lato lungo 12 m. calcola l'area di un terzo quadrato avente il perimetro uguale alle differenza dei perimetri dei quadrati di partenza. [36 m<sup>2</sup>]
38. Una sala a forma quadrata ha il lato lungo 8 m. quanto spende il proprietario se vuole rivestire la stanza con piastrelle quadrate con il lato di 16 cm se ciascuna piastrella costa 3,50 euro? [8750 euro]
39. Un rettangolo ha l'area di 196 m<sup>2</sup> e una dimensione è il quadruplo dell'altra, calcola il suo perimetro ( IL RETTANGOLO E' FORMATO DA 4 QUADRATI, quindi.....) [70 m]

#### AREA DEL PARALLELOGRAMMO

40. In un parallelogramma la differenza tra la base e l'altezza relativa misura 40 cm. Sapendo che una è  $\frac{9}{5}$  dell'altra, calcola l'area. [4500 cm<sup>2</sup>]
41. In un parallelogrammo la somma e la differenza della base e dell'altezza relativa, misurano rispettivamente 48 cm e 12 cm. Calcola l'area del parallelogramma. [540 cm<sup>2</sup>]

42. L'area di un parallelogramma misura  $384 \text{ cm}^2$  e una dimensione  $64 \text{ cm}$ . Calcola l'altra dimensione. [6 cm]
43. In un parallelogramma l'altezza misura  $12 \text{ cm}$ . Calcola la lunghezza della base sapendo che è equivalente ad un quadrato avente il lato di  $9 \text{ cm}$ . [6,75 cm]
44. I lati consecutivi di un parallelogramma misurano  $12 \text{ cm}$  e  $36 \text{ cm}$ , l'altezza relativa al primo lato misura  $15 \text{ cm}$ . Calcola l'altezza relativa al secondo lato. [5 cm]
45. In un parallelogramma un lato misura  $15 \text{ cm}$  e l'altezza relativa è i suoi  $4/3$ . Calcola il perimetro sapendo che l'altra altezza è la metà della prima. [90 cm]
46. In un parallelogramma la base è il triplo dell'altezza ad essa relativa. Il parallelogramma è diviso in 2 quadratini e 2 triangoli con l'angolo acuto di  $45^\circ$ . Calcola la dimensione della base sapendo che l'area è di  $363 \text{ cm}^2$  (OSSERVA IL DISEGNO) [33 cm]



[ FIG 8 ]

#### AREA DEL TRIANGOLO - AREA DEL TRIANGOLO RETTANGOLO- AREA DEL TRIANGOLO ISOSCELE

47. In un triangolo la somma della base e dell'altezza misura  $32 \text{ cm}$ , calcola l'area sapendo che il loro rapporto è  $3/5$ . [ $150 \text{ cm}^2$ ]
48. Calcola l'area di un triangolo isoscele sapendo che la differenza tra la base e l'altezza misura  $25 \text{ cm}$  e che la base è i  $7/2$  dell'altezza. [ $175 \text{ cm}^2$ ]
49. Un triangolo è equivalente ad un quadrato avente il lato di  $14 \text{ cm}$ . Calcola la base del triangolo sapendo che la sua altezza misura  $16 \text{ cm}$ . [ $24,5 \text{ cm}$ ]
50. In un triangolo rettangolo i due cateti e l'ipotenusa misurano rispettivamente  $8 \text{ cm}$ ,  $63 \text{ cm}$  e  $65 \text{ cm}$ . Calcola l'altezza relativa all'ipotenusa. [ricorda  $h^1=(c \cdot C)/i$ ] [ $7,75 \text{ cm}$ ]
51. In un triangolo rettangolo la somma dei cateti misura  $62 \text{ cm}$  e la loro differenza  $18 \text{ cm}$ . Calcola il perimetro di un quadrato equivalente ai  $10/11$  del triangolo. [80 cm]
52. Un triangolo rettangolo è anche isoscele e ha l'area di  $25,92 \text{ cm}^2$ . Calcola la misura dei cateti. [7,2 cm]
53. L'area di un triangolo rettangolo è  $294 \text{ cm}^2$ , e un cateto è il triplo dell'altro. Calcola la loro lunghezza. [14 cm e 42 cm]
54. Un triangolo isoscele ha il perimetro di  $48 \text{ m}$  e il lato obliquo di  $15 \text{ m}$ . Un rettangolo equivalente ha l'altezza che è i  $3/4$  dell'altezza relativa alla base del triangolo dato. Calcola il perimetro del rettangolo.(calcola l'area con la formula di Erone:

$$A=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}). [42 \text{ m}]$$



### AREA DEL ROMBO - AREA DI UN QUADRILATERO CON LE DIAGONALI PERPENDICOLARI

55. In un rombo la somma delle diagonali misura 252 cm. e la loro differenza 68 cm. Calcola l'area del rombo. [7253,5 cm<sup>2</sup>]
56. Calcola l'area di un rombo, sapendo che la diagonale minore misura 27 cm e la maggiore è i 5/3 di essa. [607,5 cm<sup>2</sup>]
57. In un rombo il perimetro misura 160 cm e le diagonali misurano rispettivamente 48 cm e 64 cm. calcola l'altezza relativa al lato del rombo. [38,4 cm]
58. In un rombo un lato e l'altezza ad esso relativa misurano 15 cm e 9 cm. Calcola l'area e il perimetro del rombo. [135cm<sup>2</sup>-56 cm]
59. Un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari e lunghe rispettivamente 20 cm e 38 cm. Calcola la sua area. . [380cm<sup>2</sup>]
60. Le diagonali di un quadrilatero sono perpendicolari; la diagonale maggiore misura 21 cm e quella minore è i 5/7 della maggiore. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al quadrilatero, sapendo che ha la base di 32,4 cm. . [4,86 cm]
61. Un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari e la loro somma misura 90 m . Sapendo che una diagonale è i 2/7 dell'altra, calcola il perimetro di un quadrato equivalente al quadrilatero.( approssima il risultato all'unità) . [104 cm]

### AREA DEL TRAPEZIO

62. Calcola l'area dei seguenti trapezi:

b cm	B cm	H cm	A cm <sup>2</sup>
10	19	5	
	178	12	1356
25	39		1440
12		38	798

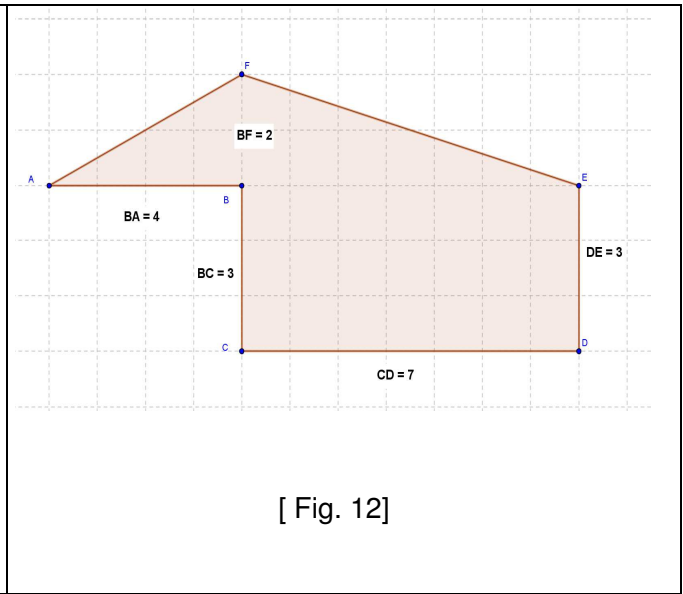
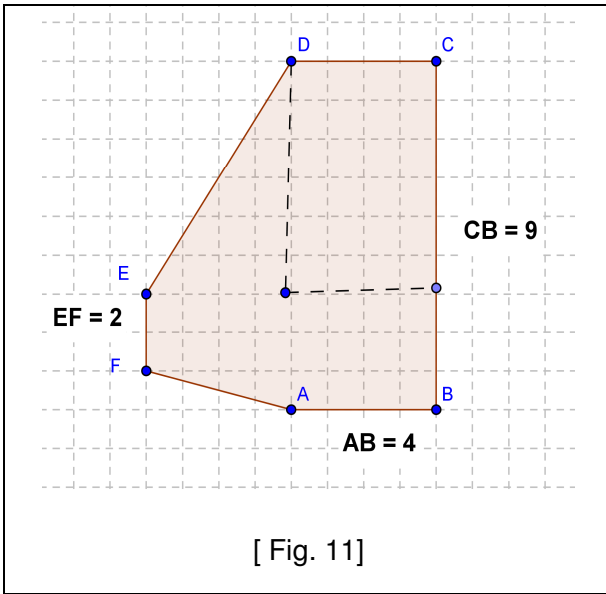
[72,5cm-48cm-45cm-30cm]

63. In un trapezio la somma delle basi misura 45 cm e una dimensione è i 4/5 dell'altra. Calcola l'area sapendo che l'altezza è la metà della base maggiore. [281,25 cm<sup>2</sup>]
64. In un trapezio la somma delle basi misura 88 cm e la loro differenza 24 cm. .calcola l'area sapendo che l'altezza è congruente alla base minore [1408 cm<sup>2</sup>]
65. Un trapezio isoscele è formato da un quadrato e da due triangoli rettangoli isosceli. Calcola l'area del trapezio, sapendo che l'area del quadrato misura 2209 cm<sup>2</sup>. [4418 cm<sup>2</sup>]
66. Un trapezio rettangolo ha la base minore di 35 cm e l'altezza supera di 5 cm i 3/5 di essa. Calcola la base maggiore sapendo che l'area misura 1144cm<sup>2</sup>. [53 cm]

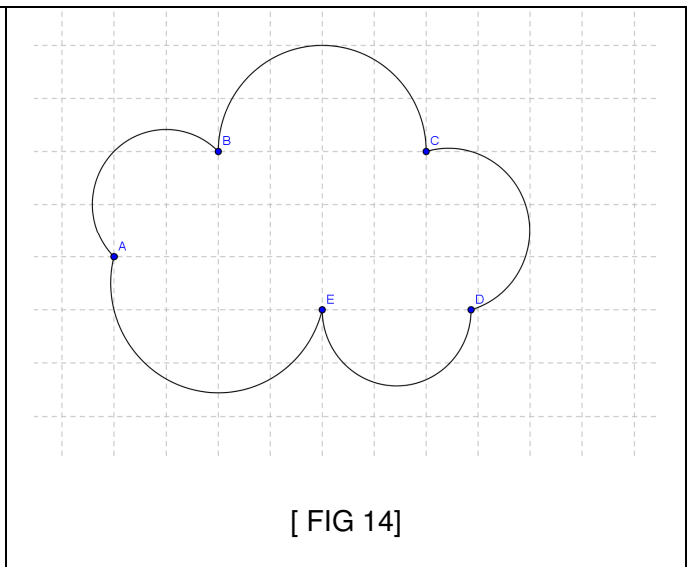
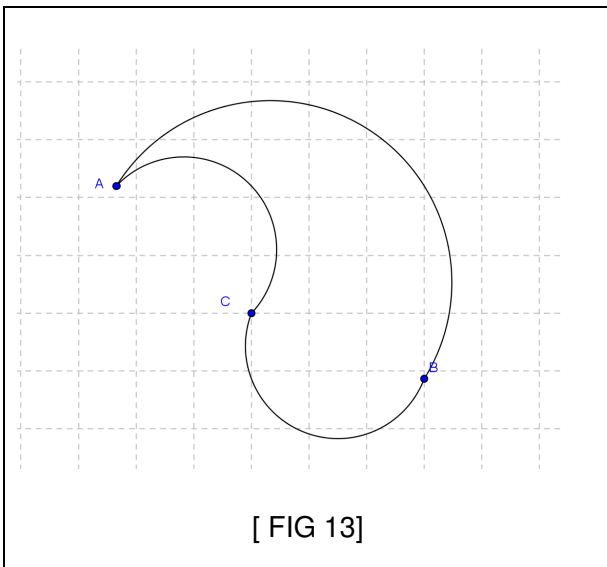
### AREA DI UNA QUALSIASI FIGURA PIANA

67. Calcola l'area dei poligono disegnati, dopo averli suddivisi in poligoni dei quali si può calcolare l'area con le formule studiate (u= 1cm):

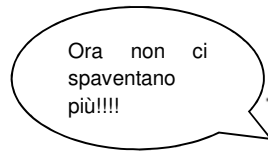
--	--



68. Calcola il valore approssimato dell'area delle seguenti figure a contorno curvilineo ( $u=1\text{cm}$ ):

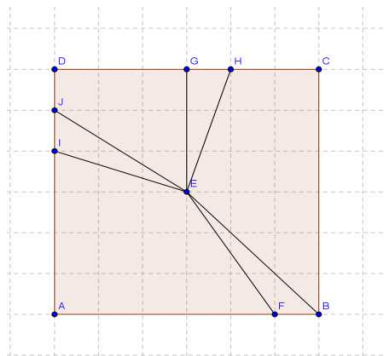


## Invalsi no problem!



1. Osserva i  
seguente figura:

triangoli nella



[ FIG 15]

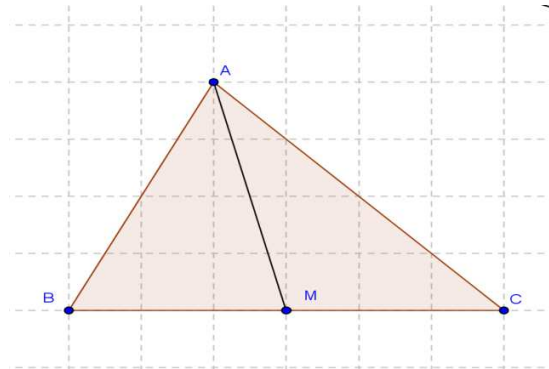
- a. Quale delle seguenti affermazione è corretta?

A.	I tre triangoli hanno diversa area e stesso perimetro
B.	I tre triangoli hanno diversa area e diverso perimetro
C.	I tre triangoli hanno stessa area e stesso perimetro
D.	I tre triangoli hanno stessa area e diverso perimetro

- b. Posiziona sul lato AB del quadrato il punto P in modo che il triangolo AEP abbia area doppia del triangolo EFB. [ Accettabile anche se lo studente posiziona correttamente solo il punto P, senza disegnare il triangolo AEP]

[ Prova Nazionale2013-2014]

2. Nel triangolo in figura il segmento  $AM$  congiunge il vertice  $A$  con il punto medio  $M$  del lato  $BC$ . Il triangolo risulta così diviso in due triangoli.



[ FIG 16 ]

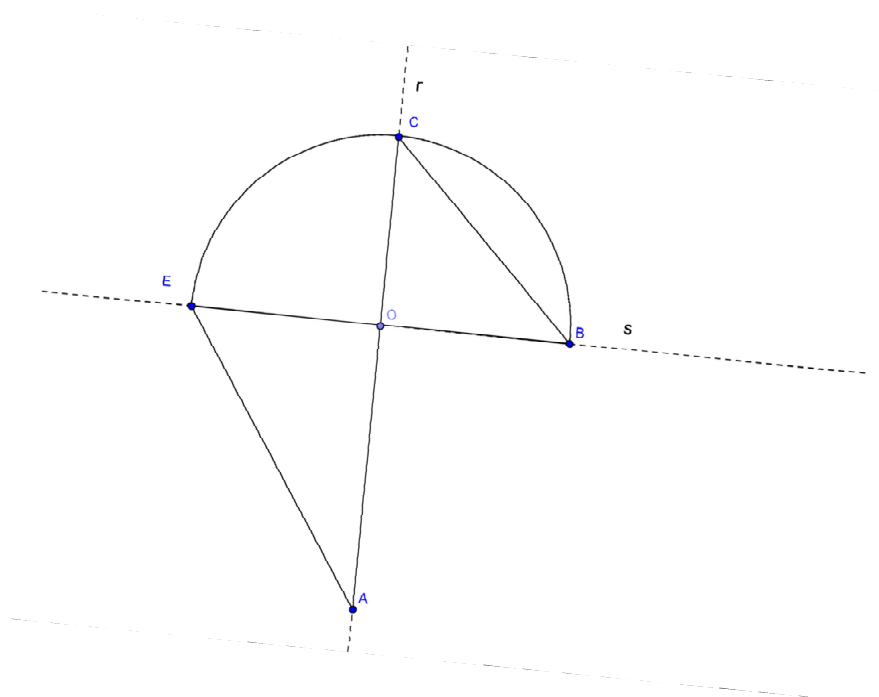
I due triangoli  $ABM$  ed  $AMC$  risultano tra loro equivalenti?

A.	No, perché i triangoli $ABM$ e $AMC$ non sono congruenti
B.	No, perché il segmento $AM$ è la mediana relativa al lato $BC$ del triangolo $ABC$
C.	Sì, perché i triangoli $ABM$ e $AMC$ hanno una base e la relativa altezza di uguali lunghezze
D.	Sì, perché il lato $AM$ è in comune ai triangoli $ABM$ e $AMC$

[ Prova Nazionale 2013-2014 ]

3. Nella seguente figura le rette  $r$  e  $s$  sono perpendicolari tra loro e  $\widehat{BCE}$  è una semicirconfenza di centro  $O$ . La lunghezza del segmento  $AO$  è di 18 cm e la lunghezza del segmento  $OB$  è di 12 cm.

[ FIG 17 ]



a. Congiungi C con E. Qual è l'area del triangolo AEC?

A.		$90 \text{ cm}^2$
B.		$108 \text{ cm}^2$
C.		$180 \text{ cm}^2$
D.		$180 \text{ cm}^2$

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

.....  
 .....

[Prova Nazionale 2012-2013]

4. La distanza tra due corpi celesti è  $5 \times 10^6$  Km. Qual è la distanza equivalente in metri?

A.		$5 \times 10^{18}$ m
B.		$5 \times 10^9$ m
C.		$5 \times 10^3$ m
D.		$5 \times 10^2$ m

[Prova Nazionale 2012-2013]

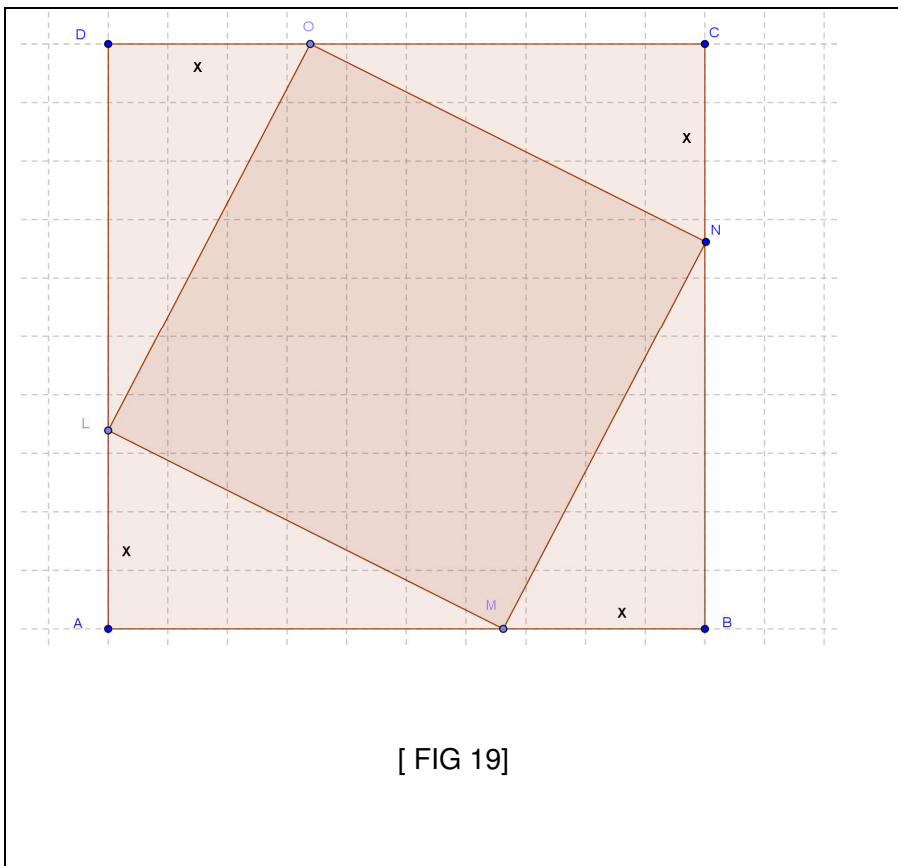
5. In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.

[ FIG 18 ]

$DO = CN = BM = AL = 2$  cm

a. Quanto misura l'area del quadrato LMNO?  
Risposta:.....cm<sup>2</sup>

Immagina ora che i punti L, M, N e O si muovano lungo i lati del quadrato ABCD in modo tale che  $DO = CN = BM = AL = x$ . Al variare di  $x$  varia anche l'area del quadrato LMNO.



[ FIG 19 ]

$$DO = CN = BM = AL = x$$

b. Per quale tra questi valori di  $x$  l'area di quadrato LMNO diventa minima?

A.	1 cm
B.	3 cm
C.	5 cm
D.	8 cm

[Prova Nazionale 2011-2012]