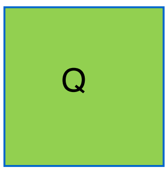
B.1 – L'OPERAZIONE DI ESTRAZIONE DI RADICE

Un problema semplice …

Ti sei mai chiesto come si fa a calcolare la misura del lato di un quadrato del quale conosci la misura dell'area?



Esempio: l'area del quadrato Q misura 64 cm^2, il suo lato, quindi, deve avere la misura di 8 cm perché $8 \cdot 8 = 64$. Ma qual è l'operazione che ci può permettere di calcolare ciò? L'operazione richiesta per calcolare il lato di un quadrato del quale conosci l'area si chiama **estrazione di radice quadrata**.

B.1.1 – L'estrazione di radice quadrata

Studiando le potenze abbiamo visto che i termini dell'operazione sono:
la base, l'esponente e il valore della potenza:

esponente

base ← $4^3 = 64$ → *valore della potenza*

L'operazione dell'elevamento a potenza ha due operazioni inverse:

1. Il **logaritmo,** l'operazione che ci permette di calcolare l'esponente conoscendo la base e il valore della potenza:

   $3^x = 81$ è evidente che l'esponente x vale 4 perché $3^4 = 81$

   L'operazione che abbiamo svolto mentalmente si scrive:

   $x = \log_3 81 = 4$ (si legge il logaritmo base 3 di 81 è uguale a 4)

2. L'**estrazione di radice,** l'operazione che ci permette di calcolare la base conoscendo l'esponente e il valore della potenza:

   $x^4 = 16$ è evidente che la base x è uguale a 2 perché $2^4 = 16$

   l'operazione che abbiamo svolto mentalmente si scrive:

   $x = \sqrt[4]{16} = 2$ (si legge la radice quarta di 16 è uguale a 2).

Vediamo ora i termini dell'estrazione di radice, l'operazione di cui ci occuperemo in questa unità:

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

indice

radicando

radice

segno di radice

Se l'indice è 2, 3, 4, … si parla rispettivamente di radice quadrata, cubica, quarta, …
Per quanto riguarda la radice quadrata, l'indice 2 non si scrive, ma resta sottinteso. Vediamo alcuni esempi:

$\sqrt{25} = 5$ perché $5^2 = 25$

$\sqrt{81} = 9$ perché $9^2 = 81$

$\sqrt{36} = 6$ perché $6^2 = 36$

L'estrazione di radice quadrata è, quindi, l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato. Pertanto, si definisce radice quadrata di un numero, detto radicando, quel numero che elevato al quadrato dà come risultato il radicando stesso, cioè il numero sotto il segno di radice.

Prova TU

1. *Le operazioni inverse dell'operazione potenza sono:*
   - ☐ La divisione e la moltiplicazione
   - ☐ la sottrazione e la divisione
   - ☐ l'estrazione di radice
   - ☐ il logaritmo e l'estrazione di radice

2. *Il logaritmo permette di calcolare:*
   - ☐ la potenza e l'esponente
   - ☐ L'esponente conoscendo la potenza e la base
   - ☐ La base conoscendo la potenza e l'esponente
   - ☐ la base e l'esponente conoscendo la potenza

3. *L'estrazione di radice permette di calcolare:*
   - ☐ la potenza e l'esponente
   - ☐ L'esponente conoscendo la potenza e la base
   - ☐ La base conoscendo la potenza e l'esponente
   - ☐ la base e l'esponente conoscendo la potenza

4. *Completa le seguenti tabelle:*

Operazione	*Radicando*	*Radice*
$\sqrt[3]{8} = 2$		
$\sqrt[4]{81} = 3$		
$\sqrt{64} = 8$		
$\sqrt{225} = 15$		
$\sqrt[5]{243} = 3$		

Potenza	*Radice*	*Logaritmo*
$6^3 = 216$	$\sqrt[3]{216} = \ldots$	$\log_6 216 = \ldots$
$2^5 = \ldots.$	$\sqrt[\ldots]{32} = \ldots$	$\log_{\ldots} 32 = \ldots$
$3^4 = 81$	$\sqrt[4]{\ldots.} = 3$	$\log_3 81 = \ldots$
$2^{\ldots} = \ldots$	$\sqrt[4]{16} = 2$	$\log_{\ldots} 16 = \ldots$
$4^{\ldots} = \ldots$	$\sqrt[\ldots]{\ldots} = 4$	$\log_{\ldots} 64 = ..$

5. *Vero o falso?*

$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$	F	V	$\sqrt{225} = 25$	F	V
$\sqrt{81} = 9$	F	V	$\sqrt{121} = 11$	F	V
$\sqrt{16} = 8$	F	V	$\sqrt{64} = 8$	F	V
$\sqrt{100} = 10$	F	V	$\sqrt{49} = 7$	F	V

6. *Completa le seguenti uguaglianze:*

$\sqrt{144} = 12$ perché $12^2 = 12 \cdot 12 = \ldots$
$\sqrt{36} = 6$ perché $6^{\ldots} = \ldots.$
$\sqrt{169} = 13$ perché $13^{\ldots} = \ldots.$
$\sqrt[3]{729} = 9$ perché $9^{\ldots} = \ldots.$
$\sqrt[4]{625} = 5$ perché $5^{\ldots} = \ldots.$

B.1.2 – Proprietà della radice quadrata

Radice quadrata di un prodotto

Il radicando della radice quadrata è un prodotto, come ad esempio:

$$\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10$$

Si può dimostrare che se calcoliamo la radice quadrata dei singoli fattori e poi moltiplichiamo i risultati, il prodotto non cambia:

$$\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$

Allo stesso modo possiamo calcolare la seguente radice quadrata:

$$\sqrt{81 \cdot 64} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{64} = 9 \cdot 8 = 72$$

Quindi possiamo dire che:

La radice quadrata di un prodotto è uguale al prodotto della radice quadrata dei singoli fattori.
In generale: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ con $a, b \in Q^+$

Radice quadrata di un quoziente

Il radicando della radice quadrata è un quoziente, come ad esempio:

$$\sqrt{36 : 4} = \sqrt{9} = 3$$

Si può dimostrare che se calcoliamo la radice quadrata dei due termini della divisione e poi dividiamo i risultati, il quoziente non cambia:

$$\sqrt{36 : 4} = \sqrt{36} : \sqrt{4} = 6 : 2 = 3$$

Allo stesso modo possiamo calcolare la seguente radice quadrata:

$$\sqrt{144 : 9} = \sqrt{144} : \sqrt{9} = 12 : 3 = 4$$

Quindi possiamo dire che:

La radice quadrata di un quoziente è uguale al quoziente fra le radici quadrate del dividendo e del divisore.
In generale: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$ con $a, b \in Q^+$

Ciò vale anche per la radice quadrata di una frazione (*ricorda la frazione è il risultato della divisione tra il numeratore e il denominatore*):

$$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$$

Radice quadrata di una potenza con esponente pari

Consideriamo una potenza con esponente pari, ad esempio $\mathbf{3^4 = 81}$ e la sua radice quadrata cioè:

$$\sqrt{3^4} = \sqrt{81} = 9$$

Il risultato si può scrivere anche come potenza, cioè: $\mathbf{9 = 3^2}$, pertanto l'operazione di radice quadrata prima considerata, si può scrivere:

$$\mathbf{\sqrt{3^4} = 2^2}$$

Quindi possiamo dire che:

La **radice quadrata** **di una potenza con esponente pari è una potenza avente per base la stessa base e per esponente la metà dell'esponente del radicando.**
In generale: $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ con $a \in Q^+$ e $n \in N$

OSSERVA CHE…
Le proprietà si applicano solo quando il radicando è un prodotto, o un quoziente, o una potenza con esponente pari. Infatti:

$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ **(*procedimento corretto*)**

$\sqrt{16+9}$ $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$ (*procedimento* ***errato*** *perché non puoi applicare la proprietà*)

Prova TU

7. *Completa applicando le proprietà della radice quadrata:*

a. $\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{\ } \cdot \sqrt{\ } = \ldots \cdot \ldots = \ldots$

b. $\sqrt{\ldots \cdot \ldots} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{81} = \ldots \cdot \ldots = \ldots$

c. $\sqrt{16 \cdot 100} = \sqrt{\ } \cdot \sqrt{\ } = \ldots \cdot \ldots = \ldots$

d. $\sqrt{\ldots : \ldots} = \sqrt{144} : \sqrt{36} = \ldots : \ldots = \ldots$

e. $\sqrt{49 \cdot 64} = \sqrt{\ } \cdot \sqrt{\ } = \ldots \cdot \ldots = \ldots$

f. $\sqrt{121 \cdot 16} = \sqrt{\ } \cdot \sqrt{\ } = \ldots \cdot \ldots = \ldots$

g. $\sqrt{36 : 9} = \sqrt{\ } : \sqrt{\ } = \ldots : \ldots = \ldots$

h. $\sqrt{\ldots : \ldots} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = \ldots : \ldots = \ldots$

i. $\sqrt{100 : 25} = \sqrt{\ } : \sqrt{\ } = \ldots : \ldots = \ldots$

j. $\sqrt{\ldots : \ldots} = \sqrt{100} : \sqrt{4} = \ldots : \ldots = \ldots$

8. *Vero o falso?*

$\sqrt{25 \cdot 16} = 5 \cdot 4$	F V	$\sqrt{225 : 25} = 25 : 5$	F V
$\sqrt{81 \cdot 4} = 9$	F V	$\sqrt{144 : 100} = 10 : 2$	F V
$\sqrt{100 \cdot 36} = 5 \cdot 6$	F V	$\sqrt{64 : 100} = 8$	F V
$\sqrt{121 \cdot 4} = 11 \cdot 2$	F V	$\sqrt{49 \cdot 81} = 7 \cdot 18$	F V

9. *Completa applicando le proprietà della radice quadrata:*

a. $\sqrt{3^6} = \ldots = \ldots$

b. $\sqrt{5^4} = \ldots = \ldots$

c. $\sqrt{2^8}$ = … = …

d. $\sqrt{\ldots}$ = 6^2 = …

e. $\sqrt{5^{10}}$ = … = …

f. $\sqrt{\ldots}$ = 2^5 = …

10. Vero o falso?

$\sqrt{2^8} = 2^3$	F	V	$\sqrt{5^4} = 25$	F	V
$\sqrt{3^4} = 3^2$	F	V	$\sqrt{6^2} = 36$	F	V
$\sqrt{4^6} = 4^3$	F	V	$\sqrt{7^4} = 49$	F	V

B.1.3 – Quadrati perfetti

Un numero elevato alla seconda o al quadrato si dice quadrato perfetto. Ad esempio sono quadrati perfetti i numeri:

16 perché $4^2 = 16$

64 perché $8^2 = 64$

144 perché $12^2 = 144$

Se il numero è molto grande come facciamo a riconoscere che è un quadrato perfetto?
Intanto possiamo considerare alcune proprietà comuni a tutti i quadrati perfetti e per questo esaminiamo i quadrati dei primi 10 numeri:

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$

Le cifre con cui terminano questi numeri sono 1, 4, 5, 6, 9 e 00. Quindi:

Un numero che termina con le cifre 1, 4, 5, 6, 9 o un numero pari di zeri può essere un quadrato perfetto; se invece il numero termina con le cifre 2, 3, 7, 8 o con un numero dispari di zeri sicuramente non è un quadrato perfetto.

Consideriamo ora alcuni numeri con la virgola e i rispettivi quadrati:

$1{,}2^2 = 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1{,}44$

$0{,}5^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$

$$0{,}03^2 = 0{,}03 \cdot 0{,}03 = 0{,}0009$$

$$1{,}6^2 = 1{,}6 \cdot 1{,}6 = 2{,}56$$

Come puoi notare i quadrati che abbiamo calcolato hanno tutti un numero pari di cifre decimali, quindi:

Un numero decimale può essere un quadrato perfetto se rispetta la regola dell'ultima cifra e se ha un numero pari di cfre decimali. In caso contrario sicuramente non è un quadrato perfetto.

Queste proprietà ci fanno subito escludere alcuni numeri, ma per affermare con assoluta certezza che un determinato numero è un quadrato perfetto dobbiamo scomporlo in fattori primi e osservare gli esponenti di tutti i suoi fattori:
Per esempio se consideriamo i numeri 196, 3600 e 300 e le rispettive scomposizioni in fattori primi troveremo:

$196=14^2$

$$\begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$196 = 2^2 \cdot 7^2$

$3600=60^2$

$$\begin{array}{r|l} 3600 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

notiamo che gli esponenti dei fattori di entrambi i numeri sono pari

$300=3 \cdot 100$

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

notiamo che gli esponenti dei fattori del numero 300 non sono tutti pari

I numeri 196 e 3600 sono quadrati perfetti, mentre il numero 300 non lo è perché non esiste alcun numero che elevato al quadrato è uguale a 300. Quindi:

Un numero scomposto in fattori primi è un quadrato perfetto se tutti gli esponenti dei suoi fattori sono numeri pari.

Prova TU

11. Tra i seguenti numeri riconosci quelli che sicuramente non sono quadrati perfetti:

- [ ] 122500
- [ ] 68893
- [ ] 34570
- [ ] 50176

12. Tra i seguenti numeri riconosci quelli che sicuramente sono quadrati perfetti:

- [ ] $14400 = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
- [ ] $1350 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
- [ ] $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
- [ ] $2025 = 3^4 \cdot 5^2$

13. Completa in modo da avere quadrati perfetti:

Scomposizione in fattori primi	*Numero*
$2^2 \cdot 7^{\cdots}$	
$2^4 \cdot 3^{\cdots}$	
$3^{\cdots} \cdot 5^{\cdots} \cdot 7^{\cdots}$	
$3^4 \cdot 5^{\cdots}$	
$2^{\cdots} \cdot 5^{\cdots} \cdot 7^{\cdots}$	

14. Vero o falso?

a. Un numero naturale che termina con la cifra 4 può essere un quadrato perfetto F V

b. Un numero naturale che termina con uno zero è un quadrato perfetto F V

c. Un numero decimale che ha quattro cifre decimali può essere un quadrato perfetto F V

d. Un numero naturale dispari non può essere un quadrato perfetto F V

e. Un numero che termina con due zeri può essere un quadrato perfetto F V

15. Riconosci il quadrato perfetto presente nelle seguenti coppie di numeri e sottolinealo:

a. 441 e 2250
b. 25600 e 28248
c. 1223 e 576
d. 4568 e 20164
e. 72367 e 9409
f. 3422,9 e 237,16

Mettiamo in pratica

1. *Completa la seguente tabella scrivendo le operazioni inverse della potenza:*

Potenza	*Radice*	*Logaritmo*
$6^4 = 1296$		
$2^6 = 64$		
$3^5 = 243$		
$7^4 = 2401$		
$14^2 = 196$		
$91^2 = 8281$		

2. *Calcola applicando le proprietà della radice quadrata:*

A. $\sqrt{64 \cdot 25} =$

B. $\sqrt{49 \cdot 81} =$

C. $\sqrt{36 \cdot 100} =$

D. $\sqrt{144 \cdot 64} =$

E. $\sqrt{4 \cdot 144} =$

F. $\sqrt{121 : 100} =$

G. $\sqrt{16 : 4} =$

H. $\sqrt{100 : 64} =$

I. $\sqrt{121 : 25} =$

J. $\sqrt{225 : 100} =$

3. *Calcola applicando le proprietà della radice quadrata:*

a) $\sqrt{2^4 \cdot 3^6} =$

b) $\sqrt{5^2 \cdot 7^4} =$

c) $\sqrt{3^8} =$

d) $\sqrt{15^2} =$

e) $\sqrt{5^2 \cdot 2^4 \cdot 3^2} =$

f) $\sqrt{12^4} =$

g) $\sqrt{\frac{2^4}{3^2}}$

h) $\sqrt{\frac{2^4 \cdot 3^2}{5^2}}$

4. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri applicando le proprietà (segui l'esempio).*

ESEMPIO: $\sqrt{3600} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60$

a. $\sqrt{2500}$ $\quad\sqrt{400}$

b. $\sqrt{6400}$ $\quad\sqrt{8100}$

c. $\sqrt{40000}$ $\quad\sqrt{900}$

d. $\sqrt{1600}$ $\quad\sqrt{4900}$

5. *Tra i seguenti numeri sottolinea quelli che sicuramente non sono quadrati perfetti.*

45	702	664	230	160	676	900	425	2234
6084	14,4	225	1250	1225	1,44	122,5	400	1600

6. *Tra i seguenti numeri sottolinea quelli che possono essere quadrati perfetti.*

405	441	5528	26569	13456	1441	2500	220	1678
684	249	7225	6400	7927	4096	490	121	1210

7. *Verifica, con la scomposizione in fattori primi, se i seguenti numeri sono quadrati perfetti:*

1440 – 144 – 32400 – 5184 – 12348 – 2250 – 1296 – 5625

B.2 – CALCOLO DELLA RADICE QUADRATA

Metodo babilonese del calcolo della radice quadrata

I primi ad occuparsi del problema dell'estrazione di radice quadrata di un numero sono stati i ***babilonesi***. Essi avevano elaborato un procedimento per l'estrazione di radice quadrata che spesso viene attribuito a matematici posteriori, come ***Archita*** (428 - 365 a.C.) oppure ad ***Erone*** di Alessandria (vissuto tra il I e II secolo d.C.) oppure a Newton.

Il calcolo della radice quadrata con il metodo babilonese è concettualmente semplice; per calcolare la radice quadrata di x, si parte con una stima qualunque s_0 (se uno non è proprio capace a stimare, può prendere 1). La seconda stima s_1 sarà la media aritmetica tra s_0 e x/s_0, la terza stima s_2 sarà la media aritmetica tra s_1 e x/s_1, e così via. Il metodo converge molto velocemente: guardate cosa succede con la radice quadrata di 2.

$S_0 = 1$
$S_1 = (1+2)/2 = 3/2 = 1,5$
$S_2 = ((3/2)+(4/3))/2 = 17/12 = 1,41666…$
$S_3 = ((17/12)+(24/17))/2 = 577/408 = 1,41422…$

B.2.1 – Calcolo della radice quadrata esatta di un numero

Applicando le proprietà delle radici possiamo calcolare la radice quadrata di un quadrato perfetto con il metodo della scomposizione in fattori primi.
Ad esempio calcoliamo le seguenti radici quadrate:

$$\sqrt{14400} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

14400	$2^2 \cdot 5^2$
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$\sqrt{2916} = \sqrt{2^2 \cdot 3^6} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^6} = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$$

2916	2
1458	2
729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Per alcuni numeri razionali si può procedere come negli esempi seguenti:

$$\sqrt{\frac{196}{225}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{225}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 7^2}}{\sqrt{3^2 \cdot 5^2}} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$\sqrt{3{,}24} = \sqrt{\frac{324}{100}} = \frac{\sqrt{324}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3^4}}{\sqrt{2^2 \cdot 5^2}} = \frac{2 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{18}{10} = 1{,}8$$

L'OMINO VUOLE
RICORDARTI CHE...

Un numero scomposto in fattori primi è un quadrato perfetto se tutti gli esponenti dei suoi fattori sono pari

Prova TU

16. Completa la seguente tabella:

Numero	Scomposizione in fattori primi	Radice quadrata
576		
2025		
2304		
11664		

17. Completa

$\sqrt{2,25} = \sqrt{225 \ : \ 100} = \sqrt{225} \ : \ \sqrt{100} = \ldots : \ldots = \ldots$

$\sqrt{0,0196} = \ldots. = \ldots.$

$\sqrt{0,49} = \ldots = \ldots = \ldots$

$\sqrt{0,0064} = \ldots = \ldots.$

18. Vero o falso?

$\sqrt{0,25} = 0,5$ F V

$\sqrt{1,44} = 0,12$ F V

$\sqrt{0,04} = 0,2$ F V

$\sqrt{0,16} = 0,04$ F V

$\sqrt{3,24} = 0,18$ F V

$\sqrt{0,0016} = 0,04$ F V

19. Calcola la radice quadrata delle seguenti frazioni:

$\frac{400}{81}$ $\frac{16}{121}$ $\frac{36}{100}$ $\frac{64}{256}$

B.2.2 – Calcolo della radice quadrata con l'uso delle tavole numeriche

Per calcolare la radice quadrata di un numero possiamo usare sia una tecnica di calcolo o algoritmo che vedremo dopo, sia le tavole numeriche, sia la calcolatrice.
Le tavole numeriche le hai già conosciute lo scorso anno, vediamo insieme le cinque colonne di cui sono costituite:

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1,0000	1,0000
2	4	8	1,4142	1,2599

3	9	27	1,7321	1,4422
4	16	64	2,0000	1,5874
5	25	125	2,2361	1,7100
6	36	216	2,4495	1,8171

- 1ª colonna: un numero naturale *n* compreso tra 1 e 1000
- 2ª colonna: il quadrato di *n*
- 3ª colonna: il cubo di *n*
- 4ª colonna: la radice quadrata di *n* approssimata a meno di 0,0001
- 5ª colonna: la radice cubica di *n* approssimata a meno di 0,0001

Radice quadrata di un numero naturale compreso tra 1 e 1000.

Per calcolare $\sqrt{124}$ cerchiamo il radicando 124 nella colonna ***n*** e sulla stessa riga cerchiamo nella colonna $\sqrt{n}$ la sua radice quadrata, quindi: $\sqrt{124} = 11{,}1355$
Allo stesso modo troverai che:
$\sqrt{126} = 11{,}2250$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
121	14641	1771561	11,0000	4,9461
122	14884	1815848	11,0454	4,9597
123	15129	1860867	11,0905	4,9732
124	15376	1906624	**11,1355**	4,9866
125	15625	1953125	11,1803	5,0000
126	15876	2000376	**11,2250**	5,0133

Radice quadrata di un numero naturale compreso tra 1001 e 1000000.
Si possono presentare due casi:

a. **il radicando si trova nella colonna n^2** (*è un quadrato perfetto*)
Per calcolare $\sqrt{15129}$ cerchiamo il radicando 15129 nella colonna n^2 e sulla stessa riga cerchiamo nella colonna ***n*** la sua radice quadrata, quindi: $\sqrt{15129} = 123$
Allo stesso modo troverai che:
$\sqrt{15625} = 125$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
121	14641	1771561	11,0000	4,9461
122	14884	1815848	11,0454	4,9597
123	**15129**	1860867	11,0905	4,9732
124	15376	1906624	11,1355	4,9866
125	**15625**	1953125	11,1803	5,0000
126	15876	2000376	11,2250	5,0133

b. **il radicando non si trova nella colonna n^2** (*non è un quadrato perfetto*)
Per calcolare $\sqrt{8930}$ cerchiamo nella colonna n^2 i due numeri fra i quali è compreso il radicando

$$8836 < 8930 < 9025$$

e calcolando la radice quadrata dei numeri trovati scriveremo:

$$94 < \sqrt{8930} < 95$$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
93	8649	804357	9,6437	4,5307
94	**8836**	830584	9,6954	4,5468
95	**9025**	857375	9,7468	4,5629
96	9216	884736	9,7980	4,5789
97	9409	912673	9,8489	4,5947
98	9604	941192	9,8995	4,6104

quindi: $\sqrt{\mathbf{8930}}$ **= 94** valore approssimato per difetto a meno di un'unità

$\sqrt{\mathbf{8930}}$ **= 95** valore approssimato per eccesso a meno di un'unità

Radice quadrata di un numero decimale finito.

Per calcolare la radice quadrata di un numero decimale finito bisogna:

1. pareggiare le cifre decimali
2. trasformare il numero decimale così ottenuto in frazione decimale
3. applicare la proprietà della radice di una frazione (se il numeratore non è un quadrato perfetto approssimare per difetto all'unità)
4. trasformare la frazione decimale nel numero decimale corrispondente.

Esempio:

$$\sqrt{2{,}25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

$$\sqrt{2{,}345} = \sqrt{2{,}3450} = \sqrt{\frac{23450}{10000}} = \frac{\sqrt{23450}}{\sqrt{10000}} = \frac{153}{100} = 1{,}53$$

OSSERVA CHE…
In questo caso è preferibile scegliere il valore approssimato per difetto a meno di un'unità della radice quadrata del numeratore.

Prova TU

20. Completa in modo che le radici risultino comprese tra due numeri naturali consecutivi.

$…….. < \sqrt{27} < ……$ $\qquad$ $…….. < \sqrt{50} < ……$

$…….. < \sqrt{107} < ……$ $\qquad$ $…….. < \sqrt{39} < ……$

$…….. < \sqrt{86} < …….$ $\qquad$ $…….. < \sqrt{72} < …….$

21. Determina la radice quadrata dei seguenti numeri compresi tra 1 e 1000 con l'uso delle tavole.

265; 746; 576; 854; 986; 729; 996

22. *Determina la radice quadrata esatta dei seguenti numeri compresi tra 1000 e 1000000 con l'uso delle tavole.*

8464; 5625; 2304; 50176; 76729; 46656; 180625

23. *Determina la radice quadrata, approssimata per difetto a meno di un'unità, dei seguenti numeri compresi tra 1000 e 1000000 con l'uso delle tavole.*

45642; 56789; 213465; 90340; 643986; 554324

24. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri decimali con l'uso delle tavole.*

564,64; 43,672; 34,2; 9,346; 0,245; 8642,4

25. *Consultando le tavole completa la seguente tabella.*

Numero	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 unità***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 decimo***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 centesimo***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 millesimo***
643				
249				
720				
865				
950				
347				
572				

Mettiamo in pratica

1. *Completa la seguente tabella.*

Numero	*Scomposizione in fattori primi*	*Radice quadrata*
5184		
	$2^4 \cdot 3^6$	
1600		
	$5^2 \cdot 2^4 \cdot 3^2$	
		$2 \cdot 3^2$
	$5^2 \cdot 7^2$	

2. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri mediante la scomposizione in fattori primi.*

a. 324	*b.* 2304
c. 1296	d. 11025
e. 1600	f. 14400
g. 18225	h. 25600
i. 22500	j. 19600

3. *Stabilisci se le seguenti uguaglianze sono vere (V) o false (F).*

Uguaglianza	*V*	*F*
$\sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{3^2} + \sqrt{5^2} = 3 \cdot 5$		
$\sqrt{2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = 2^2 \cdot 5$		
$\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2} = 2 \cdot 3 \cdot 7$		
$\sqrt{3^2 - 7^2} = \sqrt{3^2} - \sqrt{7^2} = 3 - 7$		
$\sqrt{2,56} = \sqrt{256 \cdot 100} = \sqrt{2^8} : \sqrt{2^2 \cdot 5^2} = 2^4 : (2 \cdot 5)$		

4. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri decimali applicando le proprietà e la scomposizione in fattori primi (segui l'esempio).*

Esempio: $\sqrt{3,24} = \sqrt{324 : 100} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4} : \sqrt{2^2 \cdot 5^2} = (2 \cdot 3^2) : (2 \cdot 5) = 18 : 10 = 1,8$

a. 5,76	b. 29,16
c. 56,25	d. 1,44
e. 2,8224	f. 116,64

5. *Determina la radice quadrata esatta dei seguenti numeri con l'uso delle tavole.*

841; 7225; 4624; 81796; 29929; 12100; 17161

6. *Determina la radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 unità dei seguenti numeri con l'uso delle tavole.*

554	683	9872	7634
55098	567021	34907	239831

7. *Determina la radice quadrata approssimata per difetto a meno di 0,1 dei seguenti numeri con l'uso delle tavole.*

982	561	786	231
782	799	889	354

8. *Determina la radice quadrata approssimata per difetto a meno di 0,01 dei seguenti numeri con l'uso delle tavole.*

45	673	895	450
987	756	984	294

9. *Determina la radice quadrata dei seguenti numeri decimali con l'uso delle tavole.*

20,25	7,84	11,56	70,56
132,24	235,72	345,5	345,98

10. *Determina la radice quadrata delle seguenti frazioni con l'uso delle tavole e applicando le proprietà.*

$\frac{324}{144}$	$\frac{256}{169}$	$\frac{36}{225}$	$\frac{1024}{961}$
$\frac{576}{441}$	$\frac{2601}{1600}$	$\frac{361}{225}$	$\frac{400}{841}$

B.2.3 Algoritmo estrazione di radice

La radice quadrata si può estrarre anche senza l'uso delle tavole e della calcolatrice utilizzando un procedimento che si chiama algoritmo. Poichè si tratta di un procedimento un po' lungo e di non facile comprensione ,guarda prima il filmato utilizzando questo link:

https://www.youtube.com/watch?v=fhI3PsaXAo0

facciamo ora un esempio aiutati da Qui, Quo,Qua:calcoliamo la radice quadrata di **85893**

Dividiamo il numero in gruppi di due cifre a partire da destra

$\sqrt{8.58.93}$

Cerchiamo ora mentalmente un numero che elevato al quadrato non superi 8. Questo numero è 2 ed è la prima cifra della radice. Calcoliamo il quadrato di due e scriviamo sotto il primo gruppo il risultato. Eseguiamo la sottrazione 8-4=4 ottenendo così il primo resto

$\sqrt{8.58.93}$ | 2
4
45.8

4

Abbassiamo ora le due cifre separando con un puntino l'ultima cifra a destra

$\sqrt{8.58.93}$ | 2
4 | $49 \cdot 9 = 441$
45.8
441

Raddoppiamo la prima cifra della radice e scriviamo il risultato sotto la linea orizzontale

$\sqrt{8.58.93}$ | 2
4 | $49 \cdot\ 9 = 441$
45.8
441

Calcoliamo il quoziente 45:4=9 e lo scriviamo a destra di 4 ottenendo 49.Si moltiplica 49 ancora per 9 ottenendo 441. Il numero 9 è la seconda cifra

Eseguiamo la sottrazione 458-441=17 e abbassiamo l'ultimo gruppo di cifre separando con un puntino l'ultima cifra a destra.

$\sqrt{8.58.93}$ | 29
4 | 49 · 9 = 441
45.8
44 1
179.3

Raddoppiamo le cifre della radice e ripetiamo il procedimento. Eseguiamo la divisione 179:58=3 che scriviamo a destra del 58 ottenendo 583, moltiplichiamo ancora per 3 e otteniamo 1749. Si sottrae il prodotto dal resto ottenendo 44 che è l'ultimo resto. Mentre 3 è l'ultima cifra della nostra radice

$\sqrt{8.58.93}$	29
4	$49 \cdot 9 = 441$
45.8	$583 \cdot 3 = 1749$
44 1	
179.3	
174 9	
44	

OSSERVA CHE…

Se vuoi eseguire la verifica dell'estrazione di radice devi fare il quadrato della radice e addizionare il resto.

Vogliamo adesso impostare un procedimento che ci consenta di proseguire il calcolo oltre la parte intera per ottenere una approssimazione maggiore. Naturalmente, prima del calcolo della radice quadrata, dobbiamo stabilire fino a quale cifra dopo la virgola dobbiamo far arrivare le operazioni.

Guarda il video con attenzione: è più facile a farsi che a dirsi.

https://www.educreations.com/lesson/view/approssimazione/29253783/?s=A68Y7s&ref=appemail

Per calcolare la radice quadrata di un numero intero approssimato per difetto a meno di un decimo (0,1), un centesimo (0,01), un millesimo (0,001) di un numero che non sia quadrato perfetto, basta inserire la virgola dopo la parte intera della radice, e aggiungere due, quattro, sei zeri all'ultima cifra del radicando, per una approssimazione ai decimi, centesimi, millesimi. Si effettua poi la solita procedura di calcolo.

L'OMINO VUOLE RICORDARTI CHE…

Le radici quadrate dei quadrati non perfetti sono numeri decimali illimitati; l'operazione non ha mai termine

Prova TU

26. Usando l'algoritmo estrai la radice quadrata dei numeri:

419 – 738 – 4329

27. Usando l'algoritmo estrai la radice quadrata a meno di una unità dei numeri elencati ed effetua la prova:

658 – 773 – 2435 – 3285

28. Rispondi:

Se il radicando di una radice quadrata è 23453, quante cifre ha la radice?

29. Estrai la radice quadrata dei numeri usando l'algoritmo.

$$\sqrt{5784}$$
$$\sqrt{4682}$$
$$\sqrt{1109945}$$
$$\sqrt{54182}$$

30. Estrai la radice quadrata a meno di un decimo dei numeri usando l'algoritmo ed effettua la prova.

$$\sqrt{577}$$
$$\sqrt{992}$$
$$\sqrt{6885}$$
$$\sqrt{788543}$$

31. Usando l'algoritmo calcola le radici quadrate dei numeri con l'approssimazione indicata

a) ${}^{0,1}\sqrt{236}$
b) ${}^{0,01}\sqrt{4325}$
c) ${}^{0,001}\sqrt{281}$

B.2.4 – Estrazione della radice quadrata di un numero decimale

Per calcolare la radice di un numero decimale si ricorre allo stesso procedimento utilizzato per il calcolo della radice quadrata di un numero intero pareggiando le cifre decimali in base all'approssimazione richiesta.

Calcoliamo, ad esempio, la radice quadrata di **543,8** con una approssimazione di un decimo.

$\sqrt{543{,}80}$ Si aggiunge uno 0 per pareggiare le cifre decimali che devono essere 2 in quanto si vuole ottenere una approssimazione per difetto fino ai decimi.
Dopo si procede secondo il calcolo illustrato per la radice quadrata di numeri interi .
Es:

per calcolare $\sqrt[0{,}01]{769{,}3}$ si aggiungono tre zeri $\rightarrow$ $\sqrt[0{,}01]{769{,}3000}$

per calcolare $\sqrt[0{,}001]{769{,}3}$ si aggiungono cinque zeri $\rightarrow$ $\sqrt[0{,}001]{769{,}300000}$

Prova TU

32. *Calcola, usando l'algoritmo, il valore della radice quadrata dei numeri con una approssimazione fino a un decimo (0,1) e verifica il risultato.*

44; 452; 777

1275; 6668; 2378

33. *Calcola, usando l'algoritmo, il valore della radice quadrata dei numeri con una approssimazione fino a un decimo (0,01) e verifica il risultato.*

18; 27; 65

232; 564; 296

34. *Calcola,usando l'algoritmo, il valore della radice quadrata dei numeri con una approssimazione fino a un decimo(0,001)e verifica il risultato.*

23; 34; 45
347; 567; 654

35. Quanti zeri si devono aggiungere al radicando per ottenere l'approssimazione richiesta?

$\sqrt[0{,}001]{67{,}3}$ $\sqrt[0{,}01]{6{,}93}$ $\sqrt[0{,}01]{34{,}3}$

36. *Completa le frasi:*

a) Se nella estrazione di radice quadrata l'…………………………richiesta è 0,01 nel risultato ci sono………………cifre decimali

b) Se nella estrazione di radice quadrata l'…………………………richiesta è 0,001nel risultato ci sono………………cifre decimali

c) Se nell'estrazione di radice quadrata l'…………………………………………..è 0,1…………………………………………….

Mettiamo in pratica

1. *Che cosa s'intende per algoritmo?*

2. *Calcola la radice quadrata del numero 7 744 scrivendo accanto ogni passaggio la spiegazione dell'operazione eseguita.*

3. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri usando l'algoritmo e stabilisci se sono quadrati perfetti.*

169	1024	2401
5476	9801	17161

4. *Usando l'algoritmo estrai la radice quadrata del numero **58081** e verifica che il risultato sia esatto effettuando la prova.*

5. *Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.*

I.	2,2 approssima $\sqrt{5}$ per difetto	V	F
II.	2,2 è una approssimazione difettosa di $\sqrt{5}$	V	F
III.	2,2 approssima $\sqrt{5}$ per difetto a meno di un decimo	V	F
IV.	2,2 approssima $\sqrt{5}$ a meno di un decimo	V	F

B.3 – LA RADICE QUADRATA DI UNA ESPRESSIONE ARITMETICA

B.3.1 – Radice quadrata di espressioni aritmetiche con numeri interi

Per il calcolo della radice quadrata di una espressione con i numeri interi si eseguono prima le operazioni all'interno delle parentesi secondo le modalità ormai note e una volta ottenuto il risultato si estrae la relativa radice quadrata. A questo punto si possono presentare due casi:

Il numero ottenuto risolvendo l'espressione è un quadrato perfetto.

Es. $\sqrt{2 \cdot 7 + 3 - 2 + 12 - 2} = \sqrt{25} = 5$

La radice sarà un numero intero

Il numero ottenuto risolvendo l'espressione non è un quadrato perfetto.

Es. $\sqrt[0,01]{(12 - 10) + 1 \cdot 6 - 13 : 13 + 5 - 2} =$

$= \sqrt[0,01]{2 + 6 - 1 + 5 - 2} = \sqrt[0,01]{10} = 3,16$

La radice sarà un numero decimale calcolato in base all'approssimazione richiesta.

Prova TU

37. Descrivi l'ordine da seguire per svolgere le operazioni sotto il segno di radice quadrata.

$$\sqrt{3^2 \cdot 3 - 7 + 2^4 : 2^2 - 5 \cdot 2^2}$$

38. Calcola il valore delle espressioni

a. $\sqrt{[(32 - 4 \cdot 5) - (4 \cdot 4 + 8) : 6 + 1]}$ [3]

b. $\sqrt{60 : [75 - 3 \cdot (16 : 2) + 9]}$ [1]

39. Calcola il valore delle espressioni con l'approssimazione richiesta

$\sqrt[0,1]{13 \cdot 6 - 8 \cdot 5 - 11}$ [5,1]

$\sqrt[0,01]{2^2 + (3 + 2^2 \cdot 5) \cdot 2}$ [7,07]

40. Correggi gli errori commessi nel calcolo delle radici quadrate

a) $\sqrt{4 + 5^2 + 8} = \sqrt{4 + 10 + 8} = \sqrt{22} = 4$; Correzione…………………………………….............

b) $\sqrt[0,1]{3^2 \cdot 5 + 2^2 - 3} = \sqrt[0,1]{9 \cdot 5 + 4 - 3} = \sqrt[0,1]{45 + 4 - 3} = \sqrt[0,01]{46} = 6$; Correzione.............

B.3.2 – Radice quadrata di espressioni aritmetiche con numeri razionali

Per il calcolo della radice quadrata di una espressione con i numeri razionali (Q+) si eseguono prima le operazioni all'interno delle parentesi secondo le modalità ormai note e una volta ottenuto il risultato si estrae la relativa radice quadrata. Si possono presentare due casi:

1. Il numero ottenuto risolvendo l'espressione è un quadrato perfetto.

Il risultato si ottiene estraendo la radice quadrata del numeratore e del denominatore

ESEMPIO

$$\sqrt{\left(\frac{25}{16} \cdot 16 \cdot \frac{8}{25} \cdot \frac{1}{14}\right)^2} \sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$$

2. Il numero ottenuto risolvendo l'espressione non è un quadrato perfetto

Il risultato si ottiene calcolando prima il quoziente tra numeratore e denominatore e poi estraendo la radice quadrata con l'approssimazione richiesta.

ESEMPIO

$$\sqrt{\left(\frac{25}{16} \cdot 16 \cdot \frac{8}{25} \cdot \frac{1}{14}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$$

$$\sqrt[0,01]{\left(\frac{8}{3} - 2 + \frac{1}{2} : \frac{5}{12} + \frac{2}{10} : \frac{1}{8}\right) : \frac{26}{5}} = \sqrt[0,01]{\left(\frac{8}{3} - 2 + \frac{6}{5} + \frac{8}{5}\right) : \frac{26}{5}} =$$

$$= \sqrt[0,01]{\frac{52}{15} \cdot \frac{5}{26}} = \sqrt[0,01]{\frac{2}{3}} = \sqrt[0,01]{0,6} = 0,8$$

Prova TU

41. Calcola il valore delle seguenti espressioni

$$\sqrt{\left[\left(\frac{76}{15}-\frac{15}{3}\right):\frac{2}{25}\cdot\frac{5}{6}\right]} \qquad \left[\frac{5}{6}\right]$$

$$\sqrt{\left\{\left[\left(\frac{6}{24}+\frac{5}{6}\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{5}\right)\right]+\frac{18}{32}\right\}\cdot\frac{12}{67}} \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

42. Calcola il valore delle seguenti espressioni con l'approssimazione richiesta

$$\sqrt[0,1]{\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}\right):\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}} \qquad [1,6]$$

$$\sqrt[0,01]{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}-\frac{5}{6}\right):\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)} \qquad [0,29]$$

43. Osserva l'esercizio svolto:

$$\sqrt{\frac{3}{4}+\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{3}{5}-\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{3}{4}+\left(\frac{5+5}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{10}{4}\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{10}{8}}=\sqrt{\frac{3+10}{8}}\ \sqrt{\frac{13}{8}}$$

E' corretto? Giustifica la tua risposta

B.4 – DAI NUMERI IRRAZIONALI AI NUMERI REALI

Fermiamoci un attimo a riflettere sugli insiemi numerici che hai conosciuto fino ad ora.

- Conosci l'insieme **N** : insieme dei numeri naturali interi.
- Conosci l'insieme **Q_a:** insieme dei numeri razionali assoluti di cui fanno parte i numeri decimali finiti e i numeri decimali illimitati periodici

Studiando le radici quadrate ti sarai accorto che se il numero è un quadrato perfetto, la sua radice quadrata è un numero naturale. Se non è un quadrato perfetto la radice è un numero le cui cifre decimali si succedono all'infinito senza alcuna regolarità.

La radice di un numero che non è un quadrato perfetto, è un numero decimale illimitato non periodico.

ESEMPI

$\sqrt{2}$ = 1,4142135623.............

$\sqrt{5}$ = 2,236067977................

$\sqrt{7}$ = 2,6457513110.............

Sono tutti infiniti ma non periodici

Tutti questi numeri formano l'insieme dei **numeri irrazionali assoluti I_a**

OSSERVA CHE…

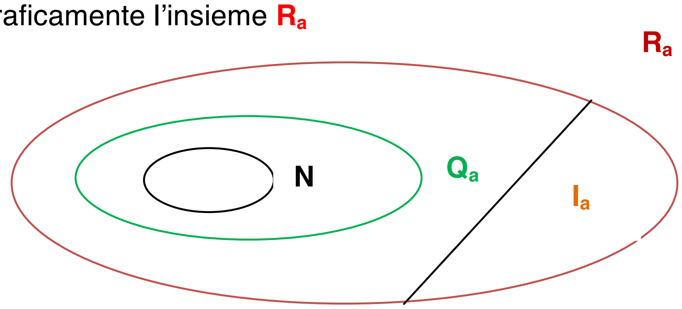
Non tutti i numeri irrazionali provengono dalle operazioni di estrazione di radici, anche π (valore approssimato di 3,14...) e indicante il rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro, è un numero irrazionale

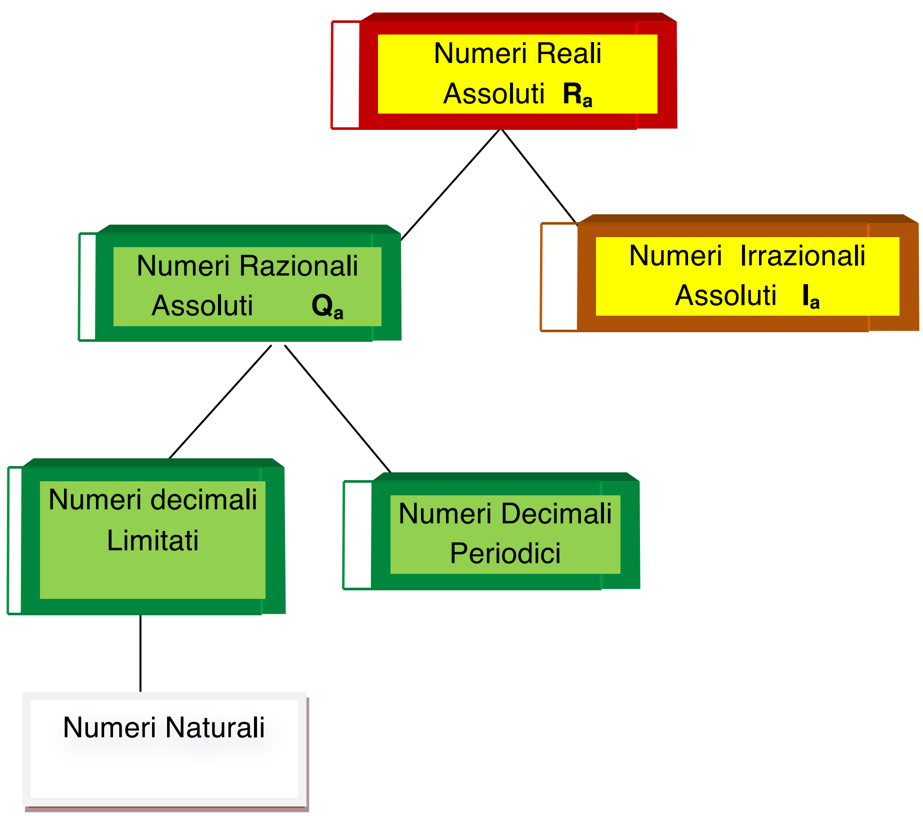
Concludendo possiamo dire che se un numero appartiene all'insieme dei numeri razionali non può appartenere a quello dei numeri irrazionali. Possiamo quindi immaginare un nuovo insieme che li contiene entrambi e che chiameremo insieme dei numeri reali assoluti e lo indicheremo con **R_a**

L'OMINO VUOLE RICORDARTI CHE…

L'insieme R_a dei numeri reali assoluti è un ampliamento dell'insieme Q_a ed è infinito

Rappresentiamo ora graficamente l'insieme R_a





Prova TU

44. Distingui quali delle radici quadrate sono numeri interi e quali numeri irrazionali. Determina il valore dei numeri irrazionali approssimando ai centesimi.

a. $\sqrt{16}$; $\sqrt{19}$; $\sqrt{84}$; $\sqrt{64}$

b. $\sqrt{105}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{345}$; $\sqrt{400}$

*45. Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.*

1. $\sqrt{\frac{16}{25}}$ è un numero razionale — V F
2. $\sqrt{38}$ è un numero razionale — V F
3. $\sqrt{\frac{7}{17}}$ è un numero razionale — V F
4. $\sqrt{121}$ è un numero naturale — V F

*46. Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.*

V. $34 \in \mathbf{I_a}$ — V F

VI. $\frac{2}{7} \in \mathbf{N}$ — V F

VII. $\sqrt{5} \in \mathbf{R_a}$ — V F

VIII. $\sqrt{25} \in \mathbf{N}$ — V F

47. Completa le frasi.

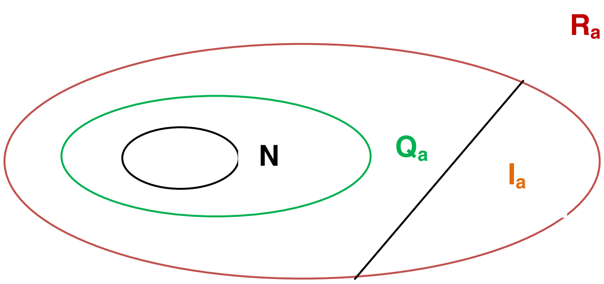
a. L'insieme dei numeri naturali interi si indica con.......................

b. L'insieme dei numeri reali assoluti si indica con........................

c. L'insieme dei numeri irrazionali si indica con............................

d. L'insieme dei numeri razionali si indica con............................

48. Colloca i seguenti numeri nel diagramma di Eulero-Venn.



$\sqrt{76}$; $\sqrt{64}$;

$\frac{5}{13}$; $\sqrt{\frac{25}{36}}$; $\sqrt{123}$

B.5 – CENNI SULLA RADICE CUBICA

B.5.1 – Radici cubiche esatte

Così come l'estrazione di radice quadrata di un numero è l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato,l'operazione inversa dell'elevamento al cubo si chiama **estrazione di radice cubica.**

Il simbolo usato per la radice cubica è**:** $\sqrt[3]{}$.

La radice cubica di un numero è quel numero che elevato al cubo dà come risultato il radicando

Indice della radice

$$\sqrt[3]{8} = 2 \longrightarrow \text{radice cubica}$$

radicando

Si chiamano cubi perfetti tutti i numeri la cui radice cubica è un numero naturale

ES.

$\sqrt[3]{125} = 5$; $\sqrt[3]{1728} = 12$; $\sqrt[3]{17\,576} = 26$

Per estrarre la radice cubica di un cubo perfetto si può scomporre il radicando in fattori primi e poi dividere gli esponenti per 3

ESEMPIO

$$\sqrt[3]{6859} = \sqrt[3]{19^3} = 19^{3:3} = 19$$

$$\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 2^3} = 5^{3:3} \cdot 2^{3:3} = 5 \cdot 2 = 10$$

Prova TU

49. Calcola le radici cubiche dei seguenti numeri

a. $\sqrt[3]{2197}$ b. $\sqrt[3]{9261}$ c. $\sqrt[3]{27}$

50. Calcola le radici cubiche dei seguenti numeri

a. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ b. $\sqrt[3]{\frac{216}{64}}$ c. $\sqrt[3]{\frac{9261}{1728}}$

51. Nel simbolo $\sqrt[3]{8} = 2$

- il numero 3 si chiama..
- il numero 2 si chiama..
- il numero 8 si chiama..
- il procedimento si chiama.................................

52. Completa le scritture:

- $\sqrt[3]{216} = 6$ perché...
- $\sqrt[3]{729} = 9$ perché...
- Se $7^3 = 343$ allora $\sqrt[3]{343}=$................................

53. Quale delle seguenti scomposizioni rappresenta un cubo perfetto?

- $3^3 \cdot 5 \cdot 2^2$
- $6^3 \cdot 5^6 \cdot 8^3$
- $3^9 \cdot 4^6 \cdot 2^{12}$

54. Quali dei seguenti radicandi sono cubi perfetti?

a. $\sqrt[3]{4^3 \cdot 6^6}$ b. $\sqrt[3]{4^3 \cdot 8 \cdot 2^3}$ c. $\sqrt[3]{2^3 \cdot 7^1 \cdot 7^3 \cdot 3^6 \cdot 2^3}$

55. Completa i calcoli

a. $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2^{3:\dots} \cdot 3^{\dots:3}$

b. $\sqrt[3]{21952} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 7^{\dots}} = 2^{\dots:\dots} \cdot 7^{\dots:\dots} = 2^2 \cdot 7 = 28$

B.5.2 – Radici cubiche approssimate

Se il numero di cui vogliamo estrarre la radice non è un cubo perfetto la sua radice cubica si trova nella quinta colonna delle tavole numeriche e il numero delle cifre decimali considerato dipende dall'approssimazione scelta.

ESEMPIO

$\sqrt[3]{96} \overset{0,01}{=} 4,57$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
93	8649	804357	9,6437	4,5307
94	8836	830584	9,6954	4,5468
95	9025	857375	9,7468	4,5629
96	9216	884736	9,7980	**4,57**89
97	9409	912673	9,8489	4,5947
98	9604	941192	9,8995	4,6104

Per la radice cubica di un numero decimale valgono le stesse considerazioni fatte per il calcolo delle radici quadrate, in questo caso però le cifre decimali si pareggiano a gruppi di tre.

ESEMPIO

- $\sqrt[3]{857,375} = 9,5$
- $\sqrt[3]{15,5} = \sqrt[3]{15,5\mathbf{00}} = 2,4$ (approssimata ai decimi)

Prova TU

56. Usa le tavole numeriche per determinare le radici cubiche dei numeri naturali fino a 10, e indica quali risultati sono approssimati.

*57. Indica con una crocetta le affermazioni **V** e quelle **F**.*

I.	Il cubo di un numero si trova in quinta colonna delle tavole numeriche	V	F
II.	La radice cubica di 27,4 è 6,49 approssimata ai decimi	V	F
III.	La radice cubica di un numero decimale è sempre un numero naturale intero	V	F
IV.	La radice cubica di 270600 è compresa tra 64 e 65	V	F

58. .Aiutandoti con le tavole determina le radici cubiche dei seguenti numeri

28	34	58
100	230	300

59. Aiutandoti con le tavole determina le radici cubiche dei seguenti numeri decimali approssimando ai decimi.

a. 2,99 | 7,3 | 8,96

b. 54,1 | 43,29 | 65,345

60. Aiutandoti con le tavole completa la tabella

n	n^3	$\sqrt[3]{\ }$
4		
7		
25		
49		
88		
101		
121		

Mettiamo in pratica

1. *Che cosa s'intende per radice cubica di un numero?*

2. *Calcola il valore delle seguenti radici cubiche*

a) $\sqrt[3]{27}$ $\sqrt[3]{64}$ $\sqrt[3]{125}$ $\sqrt[3]{216}$

b) $\sqrt[3]{\frac{8}{64}}$ $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$ $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$ $\sqrt[3]{\frac{343}{27}}$

3. *Calcola le radici cubiche*

a. $\sqrt[3]{5^3 \cdot 6^6}$ b. $\sqrt[3]{7^3 \cdot 2^3}$ c. $\sqrt[3]{2^3 \cdot 7^3 \cdot 7^3 \cdot 3^6 \cdot 2^3}$

d. $\sqrt{11^3 \cdot 2^6 \cdot 5^9 \cdot 2^{12}}$ e. $\sqrt[3]{2^9 \cdot 6^3 \cdot 12^3}$ f. $\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3 \cdot 1^3 \cdot 0^3}$

4. *Utilizzando la scomposizione in fattori primi stabilisci quali sono i cubi perfetti*

a) 27 125 216 345

b) 343 234 512 876

5. *Individua la radice cubica corretta di* $\sqrt[3]{3^9 \cdot 7^9 \cdot 2^3}$

☐ $3^3 \cdot 7^3 \cdot 2$	☐ $3^3 \cdot 7^2 \cdot 2^2$
☐ $3^6 \cdot 7^3 \cdot 2$	☐ $3^3 \cdot 7^3 \cdot 2^3$

6. *Utilizzando le tavole calcola la radice cubica dei numeri approssimata per difetto ai decimi*

84 543 654

555 3 345 55 986

7. *Utilizzando le tavole calcola la radice cubica dei numeri approssimata per difetto ai centesimi*

25 67 666

78654 5 655 23 456

8. *Aiutandoti con le tavole determina le radici cubiche dei seguenti numeri decimali approssimando ai centesimi.*
   a) 1,99 4,3 5,96
   b) 24,1 33,29 75,345

9. *Rispondi alle domande*
   a) Il cubo di un numero è 64, qual è il numero?......................
   b) Il cubo di un numero è 1331, qual è il numero?......................
   c) Il cubo di una frazione è $\frac{125}{27}$ qual è la frazione?..................

10. *Completa le frasi*
   a) Il numero 1728 = $2^6 \cdot 3^3$ è un..........perfetto perché gli esponenti..........................
   b) Il numero 64 è un cubo perfetto perché.....................................
   c) La radice cubica di un numero si trova nella.................colonna delle..................

B.6 – ORA TOCCA A TE

1. *Rispondi alle seguenti domande:*
   a. Quali sono i termini dell'elevamento a potenza?
   b. Quali sono le operazioni inverse dell'elevamento a potenza?
   c. Che cosa ti permette di calcolare l'operazione di radice?
   d. Che cosa ti permette di calcolare l'operazione di logaritmo?

2. *Scrivi le operazioni inverse per ciascuna delle seguenti potenze:*

$4^5 = 1024$ $3^2 = 9$ $2^7 = 128$ $5^3 = 125$ $7^2 = 49$

$10^2 = 100$ $10^3 = 1000$ $8^1 = 8$ $7^0 = 1$ $15^0 = 1$

Osservando i risultati rispondi alle seguenti domande:
   A. Esiste sempre l'operazione di estrazione di radice? E quella di logaritmo?
   B. Riconosci qualche caso particolare di logaritmo?
   C. Discutine con l'insegnante.

3. *Completa la seguente tabella.*

Potenza	*Radice*	*Logaritmo*
5^3		
6^4		
	$\sqrt[3]{64}$	
	$\sqrt{144}$	
		$\log_3 243$
		$\log_5 125$

4. *Segna una X in corrispondenza della risposta corretta*

$\sqrt{0,64}$ ☐ 0,08 ☐ 0,8 ☐ 8

$\sqrt{2,56}$ ☐ 0,16 ☐ 16 ☐ 1,6

$\sqrt{400}$ ☐ 200 ☐ 4 ☐ 20

$\sqrt{\frac{36}{64}}$ ☐ $\frac{18}{32}$ ☐ $\frac{6}{8}$ ☐ $\frac{3}{8}$

5. *Rispondi alle seguenti domande.*

a) Come si risolve la radice quadrata di un prodotto?
b) Come si risolve la radice quadrata di un quoziente?
c) A che cosa è uguale la radice quadrata di un numero scomposto in fattori primi?
d) A che cosa è uguale la radice quadrata di una frazione?

6. *Calcola applicando le proprietà della radice quadrata.*

$\sqrt{16 \cdot 9 \cdot 25}$ $\sqrt{36 \cdot 49 \cdot 9}$ $\sqrt{81 : 9 \cdot 36 : 144}$ $\sqrt{121 \cdot 9 \cdot 25 : 225}$

$\sqrt{225 \cdot 100 : 4}$ $\sqrt{16 \cdot 100 \cdot 81}$ $\sqrt{49 \cdot 16 : 196}$ $\sqrt{36 \cdot 9 : 169}$

7. *Calcola applicando le proprietà della radice quadrata.*

$\sqrt{3^4 \cdot 7^2}$ $\sqrt{2^6 \cdot 3^4}$ $\sqrt{2^4 \cdot 5^2}$ $\sqrt{3^2 \cdot 5^4}$ $\sqrt{2^2 \cdot 5^4 \cdot 7^2}$

$\sqrt{2^8 \cdot 3^2}$ $\sqrt{(2^2 \cdot 3^2)^2}$ $\sqrt{(2^4 \cdot 5^2)^2}$ $\sqrt{2^2 \cdot 3^6}$ $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 : 6^2}$

8. *Calcola applicando le proprietà della radice quadrata (segui l'esempio).*

Esempio: $\sqrt{2^2 \cdot 3^3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^4} = 2 \cdot 3^2$

a. $\sqrt{2^4 \cdot 5} \cdot \sqrt{5}$
b. $\sqrt{2^3 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{2^3}$
c. $\sqrt{3^3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt{3}$
d. $\sqrt{2 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{2^5}$
e. $\sqrt{2^3 \cdot 3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^3}$
f. $\sqrt{5^2 \cdot 7^3} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{7}$
g. $\sqrt{3^3 \cdot 5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$
h. $\sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

9. *Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri mediante la scomposizione in fattori primi.*

Esempio: $\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3^2 = 18$

a. 625
b. 7744
c. 9604
d. 72900
e. 29241
f. 57600
g. 3600
h. 38416

10. *Aiutandoti con le tavole, completa scrivendo i due numeri naturali fra i quali è compreso il valore della radice quadrata.*

$\ldots\ldots < \sqrt{268} < \ldots\ldots$ $\quad$ $\ldots\ldots < \sqrt{350} < \ldots\ldots$

$\ldots\ldots < \sqrt{10456} < \ldots\ldots$ $\quad$ $\ldots\ldots < \sqrt{3329} < \ldots\ldots$

$\ldots\ldots < \sqrt{8236} < \ldots\ldots$ $\quad$ $\ldots\ldots < \sqrt{72241} < \ldots\ldots$

$\ldots\ldots < \sqrt{2456} < \ldots\ldots$ $\quad$ $\ldots\ldots < \sqrt{13756} < \ldots\ldots$

$\ldots\ldots < \sqrt{14562} < \ldots\ldots$ $\quad$ $\ldots\ldots < \sqrt{860462} < \ldots\ldots$

11. *Consultando le tavole completa la seguente tabella.*

Numero	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 unità***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 decimo***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 centesimo***	***Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 1 millesimo***
458				
129				
943				
875				
402				
760				
974				

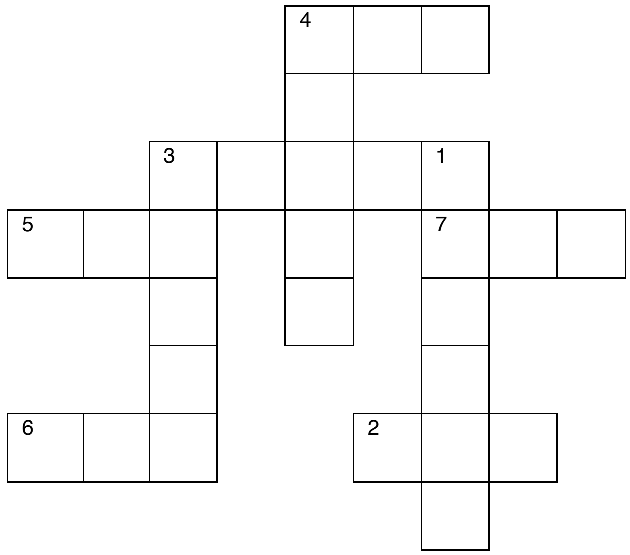
12. *Lungo il perimetro di una stanza rettangolare ci sono 96 piastrelle quadrate la cui area è di 400 cm^2. Qual è il perimetro della stanza? Potrebbe essere di forma quadrangolare? Spiega il motivo della tua risposta.* [19,2 m; Si]

13. *In una piazza ci sono 392 mattoni aventi ciascuno la superficie di 72 dm^2. Qual è la superficie della piazza? Può essere di forma quadrangolare? Spiega.* [282,24 m^2; Si]

14. *Calcola la prima cifra della radice quadrata di ciascun numero*

- 234 ☐
- 5698 ☐
- 19800 ☐
- 983622 ☐

15. Completa il seguente cruciclik aiutandoti con le tavole.



ORIZZONTALI

1. Il quadrato di 995
4. Il quadrato di 242
3. Il quadrato di 281

VERTICALI

3. Il quadrato di 273
2. La radice quadrata di 685584
5. La radice quadrata di 519
6. La radice quadrata di 776161
4. La radice quadrata di 327184
7. La radice quadrata di 868624

16. Suddividi ciascun numero in gruppi di cifre come indicato dall'algoritmo e completa le frasi

a. 912 il primo gruppo a sinistra è.................
b. 65912 il primo gruppo a sinistra è................
c. 872345 il primo gruppo a sinistra è................
d. 567012 l'ultimo gruppo a destra è..................
e. 125 89 il numero è stato diviso in................gruppi

17. *Utilizzando l'algoritmo estrai la radice quadrata dei numeri*

- 926 568 144
- 1089 2089 2401
- 10000 13821 64532

18. *Utilizzando l'algoritmo estrai la radice quadrata dei numeri ed effettua la prova*

- 226 968 146
- 1809 4289 6667
- 40000 15821 63232

19. *Utilizzando l'algoritmo estrai la radice quadrata dei numeri approssimata ai decimi (0,1)*

- 523 487 624
- 9031 7689 6612
- 47000 15821 71231

20. Utilizzando l'algoritmo estrai la radice quadrata dei numeri approssimata ai decimi (0,01)

- 2305 7500 7923
- 144255 44250 88888
- 1562477 159821 7331231

Invalsi no problem!

1. *Il numero 6,4 è all'incirca uguale a:*

- ☐ 3,2
- ☐ 2,5
- ☐ 0,8
- ☐ 8,0

2. *Indica se le uguaglianze in tabella sono vere (V) o false (F)*

		V	*F*
a.	$\sqrt{3+2} = \sqrt{5}$		
b.	$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$		
c.	$\sqrt{3^2} + \sqrt{3^2} = 5$		
d.	$\sqrt{3^2 + 2^2} = 5$		

3. *Il numero $\sqrt{10}$ è:*

- ☐ Compreso tra 9 e 11
- ☐ Compreso 3 e 4
- ☐ È uguale a 5
- ☐ Uguale a 100

4. *Quale fra le seguenti operazioni è uguale a 150?*

A.	$\sqrt{(18+25)^2} \cdot 5$
B.	$(\sqrt{3^2} + \sqrt{3^2}) \cdot 5$
C.	$\sqrt{18^2 + 24^2} \cdot 5$
D.	$\sqrt{(18^2 + 24^2) \cdot 5}$