F.1 – EVENTI E PROBABILITA'

Breve storia del Calcolo delle probabilità

Le origini del (moderno) Calcolo delle probabilità si fanno tradizionalmente risalire alla corrispondenza tra Pascal e Fermat su un problema di gioco d'azzardo (1654): un noto giocatore dell'epoca riscontrava che le sue deduzioni probabilistiche non si accordavano con le sue fortune, o meglio sfortune, di gioco e si rivolse a Pascal chiedendo lumi al riguardo.

Nato come teoria matematica dei giochi, il Calcolo delle probabilità crebbe progressivamente di importanza tanto che già Laplace (fig.1), agli inizi del XIX secolo poteva affermare "*è notevole il fatto che una scienza, iniziata con l'analisi dei giochi d'azzardo dovesse essere elevata al rango dei più importanti oggetti della conoscenza umana*".

Al giorno d'oggi, le applicazioni del Calcolo delle probabilità sono presenti in ogni ramo della scienza, nella tecnologia, nella finanza. Del resto, la fine della visione newtoniana della Fisica e l'avvento di quella quantistica hanno dimostrato l'impossibilità di fare previsioni esatte in ogni circostanza: il principio di indeterminazione di Heisenberg (1927) afferma che non è possibile conoscere simultaneamente la posizione e la velocità di un dato oggetto con precisione arbitraria.

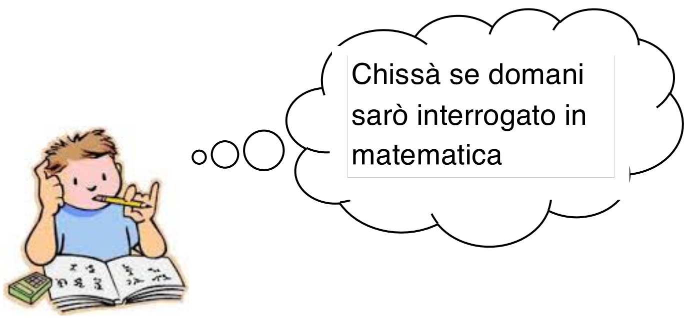
Nel secolo XX ebbe anche grande impulso la Statistica, che del Calcolo delle Probabilità rappresenta in un certo senso il "braccio operativo", studiando come combinare le probabilità che misurano l'incertezza relativa ad un certo fenomeno con le osservazioni sperimentali del fenomeno stesso.

(Da Matematica-Unibocconi.it)

Figura 1: Pierre-Simon Laplace

F.1.1 – Definizione di Evento

Osserva le figure:



Sicuramente anche tu avrai fatto delle previsioni su avvenimenti che a volte si sono avverati e a volte no.

Rifletti sulle seguenti affermazioni:
- Domani il tempo sarà brutto;
- Il mio professore di arte non verrà a scuola;
- Col mio biglietto vincerò alla lotteria.

Questi eventi non è detto che si verifichino, sono solo ***possibili.***

Rifletti sulle affermazioni:
- Domani è il mio compleanno;
- Pasqua viene di domenica;
- Oggi sono andata a scuola;

Questi eventi si possono definire ***certi.***

Rifletti sulle affermazioni:
- Natale si festeggerà il 30 dicembre;
- Lancio un dado ed esce il numero sette;
- Estraggo il numero 92 giocando a tombola.

Questi eventi non si verificheranno mai, quindi sono ***impossibili.***
La “probabilità classica” si occupa solo degli eventi che si possono o non si possono verificare: ***eventi casuali o aleatori*** e si esprime facendo il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili.

Si definisce probabilità (p_E), di un evento casuale(E), il rapporto tra il numero dei casi favorevoli (f) e il numero dei casi possibili (p)

$$P(E) = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}} = \frac{\text{f}}{\text{p}}$$

Esempio

Qual è la probabilità che nel lancio di un dado esca il numero 2?

In un dado c’è solo un numero 2 quindi il caso favorevole è solo uno.

I casi possibili sono invece sei, pertanto: $P(E) = \frac{1}{6}$

Guarda il video: https://www.youtube.com/watch?v=X1AEc_5GQTA

OSSERVA CHE…
La probabilità può assumere un valore tra 0 (evento impossibile) e 1 (evento certo). Un valore vicino allo zero indica un evento meno probabile, mentre un valore più vicino ad 1 indica un evento più probabile.

Evento Contrario o Complementare

Lanciamo una moneta e consideriamo il seguente evento:
E: esce testa
Chiamiamo evento contrario ($\overline{E}$) l’evento che si verifica quando non si verifica E:

$\overline{\mathrm{E}}$: non esce testa.
Quindi: **casi favorevoli + casi contrari = casi possibili**

Esempio

Calcoliamo la probabilità dell'evento contrario all'evento E:
E: estrazione di una pallina gialla da un sacchetto contenente 3 palline gialle e 4 verdi.

p(E) = $\frac{3}{7}$

p($\bar{E}$) = $\frac{4}{7}$

p(E) + p($\bar{E}$) = $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$

OSSERVA CHE…
La somma della probabilità di un evento E e dell'evento contrario $\bar{E}$ è 1.

p(E)+ p($\bar{E}$) = 1

Prova TU

1. *Scrivi tre eventi certi*……………………………………………………………………………

2. *Scrivi tre eventi casuali*…………………………………………………………………………

3. *Scrivi tre eventi impossibili*……………………………………………………………………

4. *La parola evento significa*………………………………………………………………………

5. *"La mia squadra vincerà lo scudetto" è un evento:*

   - ☐ certo
   - ☐ casuale
   - ☐ impossibile
   - ☐ aleatorio

6. *Nel lancio di una monetina, la probabilità che si verifichi l'evento "esce testa" è:*

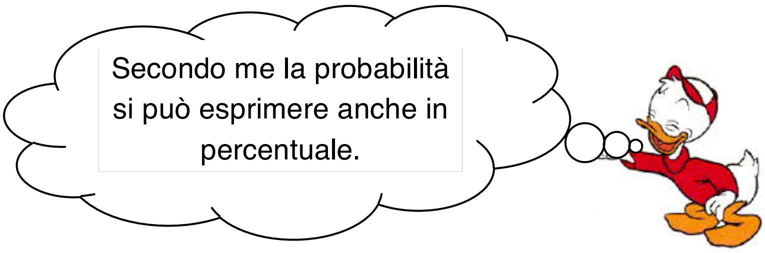
   - ☐ 1/5
   - ☐ 1/2
   - ☐ 2/1
   - ☐ 1/3

7. *Se in un sacchetto ci sono 5 palline di cui 3 bianche e 2 gialle, qual è la probabilità che esca una pallina gialla?*

8. *Considera l'evento:*
   E: estrazione di una carta di fiori da un mazzo di 52 carte. Qual è la probabilità dell'evento contrario?

☐ 1/5	☐ 1/2
☐ 3/4	☐ 4/3

F.1.2 – Probabilità e Percentuale



Quo ha ragione perché ogni frazione si può esprimere in forma di percentuale:

P(E) = $\frac{1}{4}$ = 25%, infatti impostando la proporzione:

1:4 = x:100 si ha che x = 25.

Per un evento certo: p = 1 = $\frac{100}{100}$ =100%.

Per un evento impossibile: p = 0 = $\frac{0}{100}$ = 0%.

Si può quindi affermare che la probabilità di un evento è compresa tra 0% e 100%.

Prova TU

9. *Calcola ed esprimi in percentuale la probabilità che il primo numero estratto nel gioco della tombola sia il 18.*

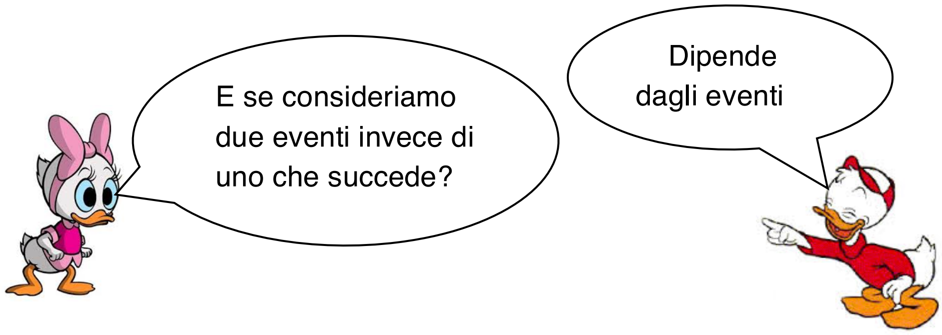
10. *Calcola ed esprimi in percentuale la probabilità che giocando alla roulette esca il rosso.*

11. *Calcola ed esprimi in percentuale la probabilità di estrarre un tre da un mazzo di 40 carte napoletane.*

12. *Lanciando un dado la probabilità che esca un numero minore di cinque è:*

- ☐ 50%
- ☐ 25%
- ☐ 67%
- ☐ 61%

F.1.3 – PROBABILITA' TOTALE



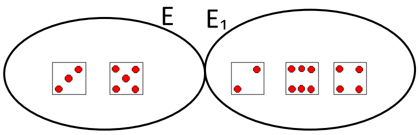
In effetti, dipende dagli eventi elementari; essi possono essere incompatibili o compatibili.

Eventi incompatibili

Lanciamo un dado e consideriamo gli eventi:

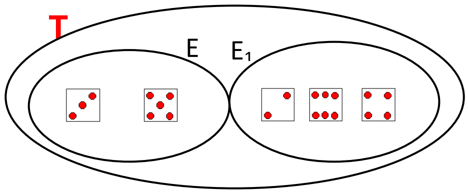
E = "esce un numero dispari maggiore di due" e E_1= " esce un numero pari".

Il verificarsi di uno di questi eventi esclude il verificarsi dell'altro: gli eventi sono **Incompatibili.**



L'evento totale (T) "Esce un numero dispari maggiore di due o un numero pari", è costituito da due eventi parziali incompatibili ed è verificato quando si verifica almeno uno dei due eventi parziali. Utilizzando gli insiemi diremo che:

$$\mathbf{T} = E \cup E_1 \quad \text{e quindi} \quad \mathbf{p(T)} = \mathbf{p}(E \cup E_1) = \mathbf{p(E)} + \mathbf{p(E_1)}$$



Eventi compatibili

Consideriamo un mazzo di 40 carte e gli eventi:

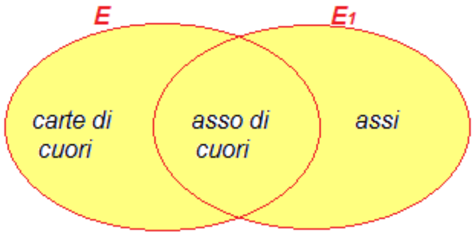
E= "Si estrae una carta di cuori".

E_1 ="Si estrae un asso".

Il verificarsi di uno di questi eventi non esclude il verificarsi dell'altro:

gli eventi sono **compatibili.** L'evento totale (T) :"Si estrae una carta di cuori o un asso è costituito da due eventi parziali

compatibili ed è verificato quando si verifica uno dei due eventi parziali o entrambi.
Utilizzando gli insiemi diremo che:



$T = E \cup E_1$ e quindi $p(T) = p(E \cup E_1) = p(E) + p(E_1) - P(E \cap E_1)$

Esempio

a. Calcolare la probabilità che lanciando un dado si verifichi l'evento totale:
T "esce un numero dispari o un numero maggiore di quattro". Esso è formato dai seguenti eventi parziali:

E = "esce un numero dispari" e $p(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ perché i numeri dispari sono tre

E_1 = "esce un numero maggiore di quattro" e $p(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ perché i numeri maggiori di quattro sono due.

La probabilità che si verifichino contemporaneamente è $p(\mathbf{E} \cap \mathbf{E_1}) = \frac{1}{6}$ perché solo il 5 è dispari e contemporaneamente maggiore di 4.

quindi $p(T) = p(E \cup E_1) = p(E) + p(E_1) - P(E \cap E_1) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Prova TU

13. *Completa quanto richiesto.*
    Lanciando un dado:

A: "Esce il numero 5"

B: "Esce un numero pari"

T: "Esce il numero 5 o un numero pari"

p(A) = ...	*p(B) = ...*	*p(T) = p(A) ... p(B) = ...*

14. *Completa quanto richiesto.*
    Lanciando un dado:

A: "Esce un numero minore di 3"

B: "Esce un numero pari"

T: "Esce un numero minore di 3 o un numero pari

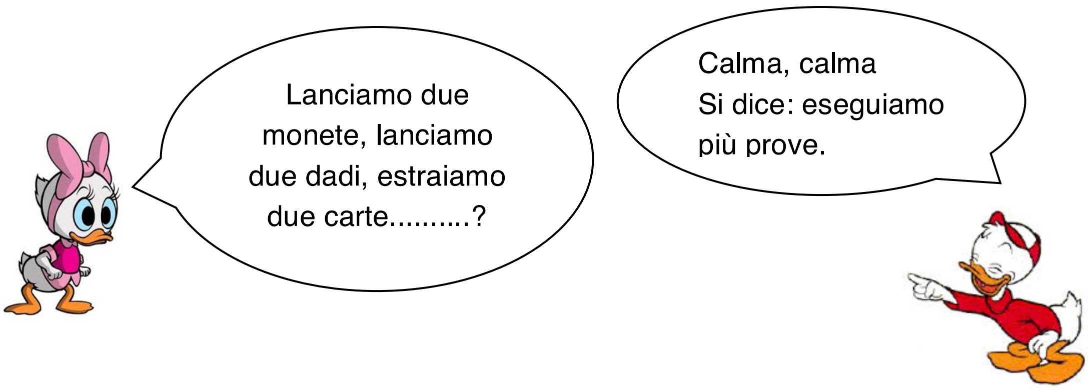
p(A) = ...	*p(B) = ...*	*p(A ∩ B) = ...*	*p(T) = p(A) ... p(B)... p(A ∩ B) = ...*

15. *Da un mazzo di 40 carte si estrae una carta. Calcola la probabilità che la carta estratta sia un sette o una figura. I due eventi sono compatibili o incompatibili?*

16. *Si lancia un dado. Calcola la probabilità di ottenere un numero pari o un numero minore di 3. I due eventi sono compatibili o incompatibili.*

17. *Si estrae una carta da un mazzo di 40 carte.Calcola la probabilità dell'evento totale (T): "Esce una carta a quadri o un asso".*

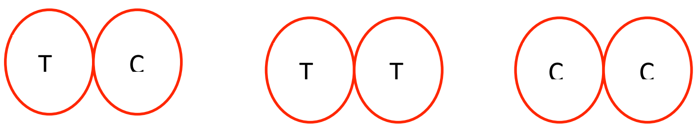
F.1.4. – Probabilità composta



In effetti fino ad ora abbiamo calcolato la probabilità nel caso in cui venga effettuata una sola prova, ma che succede se lanciamo due monete, due dadi.......?

Eventi composti

Prendiamo due monete uguali. Se le lanciamo insieme si possono verificare tre eventi diversi l'uno dall'altro:



Schematizziamo la situazione con un grafo ad albero (fig.2):

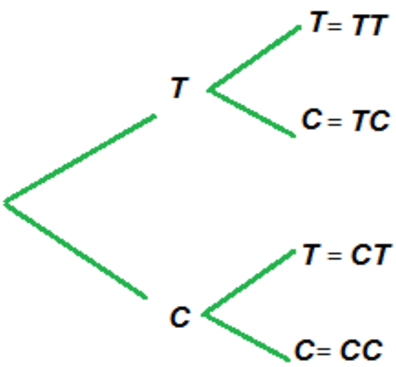


Figura 2: Grafo ad albero

Gli eventi sono tre ma, osservando tutte le combinazioni che si possono presentare, il numero dei casi possibili è 4.

Lanciando le monete, consideriamo ora l'evento:
E = "esce croce su tutte e due"
L'evento E è un evento composto, infatti, si può considerare formato dagli eventi:

E_1 = "Esce croce su una moneta" e E_2 = "Esce croce sull'altra"

e si verifica quando si verificano contemporaneamente gli eventi E_1 e E_2 che lo formano. Per calcolare la probabilità di un evento composto bisogna per prima cosa osservare se i due eventi che lo formano sono dipendenti o indipendenti.

Eventi indipendenti

Ritornando all'esempio precedente si può dire l'evento composto E è formato da due eventi indipendenti in quanto il verificarsi dell'uno non impedisce il verificarsi dell'altro. Calcoliamo la probabilità degli eventi semplici E_1 e E_2:

$$p(E_1) = \text{" Esce croce su una moneta"} = \frac{1}{2}$$

$$p(E_2) = \text{" Esce croce sull'altra moneta"} = \frac{1}{2}$$

Osservando il grafo ad albero, come abbiamo già detto, i casi possibili sono 4, mentre abbiamo un solo caso favorevole (***CC***), quindi: $p(E) = \frac{1}{4}$

cioè, la probabilità dell'evento composto coincide con il prodotto delle probabilità dei singoli eventi.

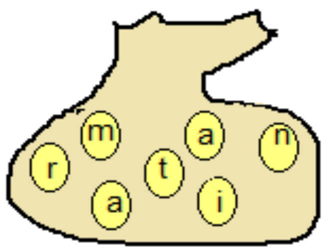
In generale:

La probabilità di un evento composto da due eventi indipendenti è uguale al prodotto delle probabilità degli eventi che lo costituiscono.

$$\mathbf{p(E) = p(E_1) \cdot p(E_2)}$$

Eventi dipendenti

Consideriamo un sacchetto contenente le lettere della parola "Martina" e vogliamo calcolare la probabilità che in due estrazioni successive, senza rimettere dentro la prima lettera estratta, si verifichi l'evento composto: E = "escono due lettere A".
L'evento composto E è formato da due eventi dipendenti in quanto il verificarsi dell'uno condiziona il verificarsi dell'altro.
Supponiamo, infatti, che nella prima estrazione esca la lettera A. Calcoliamo la probabilità:



Evento	*Probabilità*
1estrazione	$p(A_1) = \frac{2}{7}$

2 estrazione	p $(A_2) = \frac{1}{6}$
Evento composto	$p(E) = p(A_1) \cdot p(A_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{42} = \frac{1}{21}$

La probabilità di un evento composto da due eventi dipendenti è uguale al prodotto delle probabilità degli eventi che lo costituiscono supponendo che si sia verificato il primo di essi.

$$p(E) = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1)$$

OSSERVA CHE…

Il simbolo $p(E2/E1)$ si legge "probabilità di E_2 subordinata ad E_1 "

Prova TU

18. *Definisci due eventi indipendenti e fai un esempio.*

19. *Definisci due eventi dipendenti e fai un esempio.*

20. *Calcola la probabilità che lanciando due volte un dado esca la prima volta il numero 2 e la seconda un numero pari.*

21. *In un sachetto vi sono 6 palline rosse(R) e 4 palline blu (B). Calcola la probabilità dell'evento composto: "uscita della pallina blu nella prima e nella seconda estrazione" senza rimettere nel sacchetto la prima pallina estratta.*

22. *In un'urna ci sono 4 palline verdi e 3 gialle.Estraendo sucessivamente due palline, senza rimettere la prima nell'urna,calcola la probabiità dell'evento composto: E="la prima pallina è verde e la seconda è gialla". Utilizza il grafo ad albero.*

Mettiamo in pratica

1. *Scrivi a fianco di ciascun termine il suo significato*

TERMINI	*SIGNIFICATO*
evento casuale	
probabilità	

evento equiprobabile	
evento complementare	
evento composto	
eventi compatibili	
eventi incompatibili	
eventi indipendenti	
eventi dipendenti	

2. *Indica con una crocetta le affermazioni V e quelle F.*

Un evento è casuale quando si verifica raramente	☐	☐
Un evento è casuale quando dipende solo da caso	☐	☐
Un evento è certo quando si verifica quasi sempre	☐	☐
Un evento è impossibile quando si verifica quasi sempre	☐	☐

3. *Completa le frasi.*
   La probabilità di un evento.............vale 1
   La probabilità di un evento impossibile vale.............
   La probabilità di un evento aleatorio è compresa tra......e....

4. *Calcola la probabilità che lanciando un dado:*
   a. *E1: esce il numero 5*
   b. *E2 : esce un numero pari*
   c. *E3: esce un numero minore di 7*
   d. *E4: esce un numero maggiore di 6*

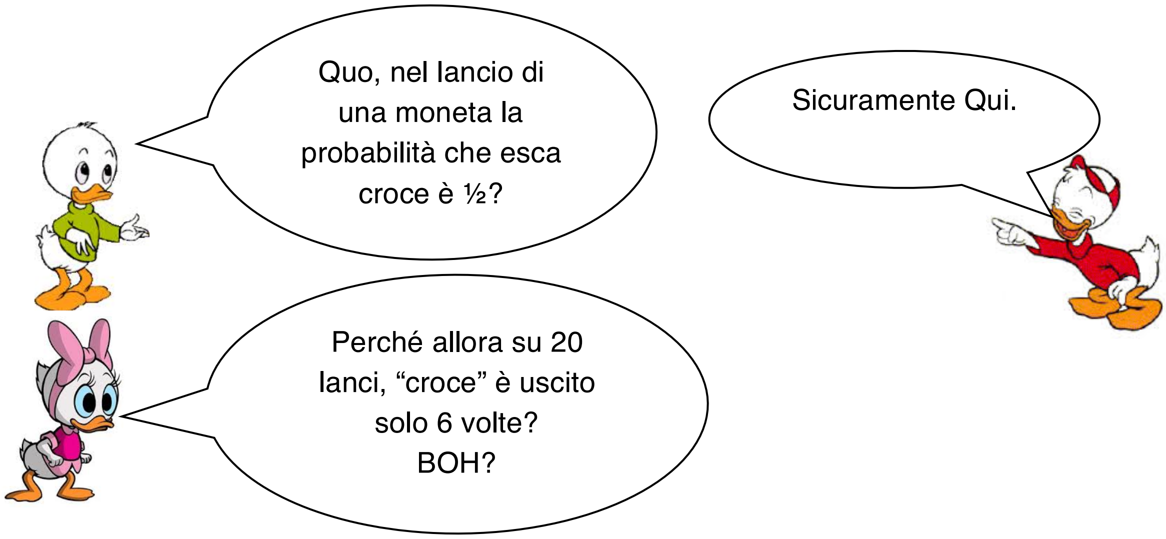
5. *In una classe composta da 11 ragazzi e 14 ragazze,la probabilità di estrarre a sorte un ragazzo è:*

☐ 11/25	☐ 44%
☐ 11/14	☐ 41%

6. *Si lancia una moneta una sola volta.Calcola in percentuale la probabilità che esca testa.*

7. *Considerando nel lancio di un dado l'evento E: "esce il numero 5", scrivi l'evento contrario.*

F.1.5 – Probabilità statistica



In effetti il rapporto 6/20 = 3/10 è diverso dalla probabilità p = 1/2.
Il rapporto 3/10 costituisce la frequenza relativa dell’evento croce e varia al variare del numero di prove.
Diremo che:

La probabilità statistica di un evento E è il rapporto tra il numero degli esiti favorevoli (f) e il numero delle prove effettuate (n):
p(E) = f/n

Se facciamo un gran numero di prove la frequenza relativa si avvicina al valore della probabilità classica.

Legge dei grandi numeri o legge empirica del caso: la frequenza di un evento si avvicina sempre più al valore della probabilità classica quanto maggiore è il numero delle prove effettuate.

L’OMINO VUOLE RICORDARTI CHE...
Si chiama frequenza relativa di un evento il rapporto tra la frequenza assoluta e il numero totale dei casi.

F.1.6 – Probabilità soggettiva

È la stima che ciascuno di noi può dare sul verificarsi di un determinato evento.

Facciamo un esempio.

Qui e Quo si sfidano in una gara di corsa. Qui è fiducioso e dice che vincerà lui; Quo al contrario afferma che sicuramente sarà lui il vincitore. Chi ha maggiore probabilità di vincere?

Secondo la probabilità classica ognuno di loro ha la probabilità di $\frac{1}{2}$ di vincere. Ma in questo modo non si tiene conto di alcuni fattori che incidono sul risultato come ad es. il maggiore o minore allenamento, della forma fisica, dell'esperienza........
La probabilità frequentista non si può calcolare in quanto la gara è un evento irripetibile.
Si parla allora di probabilità soggettiva e si basa sul grado di fiducia che una persona ha circa il verificarsi dell'evento e varia come le altre da 0 a 1.

La probabilità soggettiva è il rapporto tra l'importo che si gioca e l'importo della vincita nel caso in cui l'evento accade.

Prova TU

23. *Dai la definizione di probabilità classica, probabilità statistica, probabilità soggettiva.*

24. *Una moneta viene lanciata 100 volte e "testa" esce 36 volte. Qual è la probabilità statistica dell'evento considerato?*

25. *Una persona è disposta a pagare 50 euro in cambio di 150 euro se la squadra di basket di cui è tifosa vincerà lo scudetto. Quale è la probabilità che questa persona attribuisce all'evento?*

26. *Completa la tabella relativa all'uscita del numero 3 nel lancio di un dado*

numero lanci	*n.uscite del n. 3*	*frequenza relativa*	*probabilità classica*
20	*5*		
30	*9*		

50	*10*		
100	*20*		
200	*20*		
500	*80*		
1000	*175*		

27. *Sapendo che su 100 lanci di un dado la faccia 6 è uscita 10 volte, calcola la frequenza relativa dell'evento e la probabilità classica.*
28. *La probabilità di vittoria attribita ad una squadra in una partita di calcio è $\frac{2}{5}$; se si scommettono 60 euro, quanto si incasserà in caso di vittoria?*

F.2 – ORA TOCCA A TE

1. *Definisci un evento certo, un evento impossibile, un evento casuale.*

2. *Come si indica la probabilità di un evento?*

3. *Completa con le parole " certo", " impossibile", " casuale":*
   a. *"Estrarre una biglia verde in un sacchetto contenente tutte biglie rosse" è un evento.....................................*
   b. *"Natale cadrà il 25 dicembre" è un evento................................*
   c. *" Estrarre una figura da un mazzo di carte" è un evento...........*

4. *Quali valori può assumere la probablità?*

5. *La Probabilià di un evento certo è............*

6. *La Probabilià di un evento impossibile è............*

7. *Fai un esempio di :*
   a. *evento certo..*
   b. *evento casuale..*
   c. *evento impossibile...*

8. *La probabilità che nel lancio di un dado esca il numero 5 è*

- ☐ 1/3
- ☐ 1/2
- ☐ 11
- ☐ 1/6

9. *Completa la tabella calcolando la probabilità di ogni evento.*
In un sacchetto ci sono 4 biglie.

Situazioni	*Probabilità che esca una biglia rossa*
E_1 : 4 biglie verdi	$P(E_1) = \frac{0}{4} = 0$
E_2 : 1 biglia rossa e 3 verdi	$p(E_2)$ =
E_3 : 2 biglie rosse e 2 verdi	$p(E_3)$ =
E_4 : 3 biglie rosse e 1 verde	$p(E_4)$ =
E_5 : 4 biglie rosse	$p(E_5)$ =

10. *In una scatola sono contenute: 10 palline nere, 20 palline gialle, 30 palline verdi e 40 palline azzurre. Se si estrae una pallina che probabilità avrà di essere:*

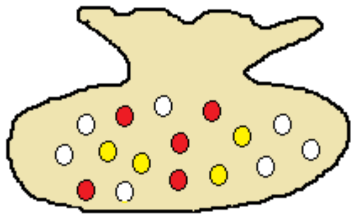
a. nera | *b. gialla*
c. verde | *d. azzurra*
e. non gialla | *f. non verde*

$$\left[\ \frac{1}{10};\ \frac{1}{5};\ \frac{3}{10};\ \frac{2}{5};\ \frac{4}{5};\ \frac{7}{10}\ \right]$$

11. *In un sacchetto sono contenuti i 90 numeri della tombola. Calcola la probabilità che venga estratto:*
    a. *Un numero dispari.*
    b. *Un multiplo di 4 o un numero pari.*
    c. *Un multiplo di 3.*
    d. *Un numero compreso tra 1 e 90.*
    e. *Un numero maggiore di 90.*

$$\left[\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ 1;\ 0\right]$$

12. *In un sacchetto ci sono 16 biglie di diverso colore: 4 sono gialle, 7 bianche e 5 rosse. Considerando l'estrazione casuale di una biglia dal sacchetto, calcola la probabilità degli eventi:*
E_1 : Estrazione di una biglia rossa.
E_2 : Estrazione di una biglia non bianca.



13. *Giocando a tombola Sara scommette di estrarre un numero multiplo di 5 mentre Agnese un numero minore di 20. Chi ha maggiori probabilià di vincere la scommessa? Perché?* [Agnese]

14. *In una classe la probabilità di estrarre il nome di un ragazzo è i $\frac{5}{7}$. Sapendo che le ragazze sono 6, da quanti alunni è composta una classe?* *[21]*

15. *Calcola la probabilià di estrarre una caramella da un sacchetto che contiene 14 caramelle, 24 gelatine e 18 cioccolatini.* [25%]

16. *In una lotteria sono stati venduti 900 biglietti. Che probabilità si ha di vincere acquistando un biglietto?*

17. *Nell'estrazione di una carta da un mazzo di carte napoletane, qual è la probabilità di estrarre una carta che:*
    a. *Sia una figura*
    b. *Non sia un re*
    c. *Non sia una carta a spade* [$\frac{3}{10}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{3}{4}$]

18. *Considera l'evento:*
    E: estrazione di una carta di cuori da un mazzo di 52 carte. Qual è la probabilità dell'evento contrario?

☐ 1/5	☐ 1/2
☐ 3/4	☐ 4/3

19. *Lanciando un dado la probabilità che esca un numero dispari è:*

☐ 50%	☐ 25%
☐ 6%	☐ 60%

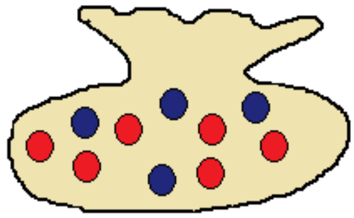
20. *Lanciando un dado la probabilità che esca un numero compreso tra 3 e 6 è:*

☐ 50%	☐ 30%
☐ 100%	☐ 40%

21. *In un'urna ci sono 8 dischetti, contrassegnati dai numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; i dischetti sono tutti uguali di peso e forma, distinguibili solo per il contrassegno. Considera gli eventi seguenti ed esprimi la probabilità del verificarsi dell'evento in frazione, in numero decimale e in percentuale.*
    A: "esce un dischetto contrassegnato con un numero maggiore di 4"
    B: "esce un dischetto contrassegnato con un numero maggiore di 4 e multiplo di 3".
    C: "esce un dischetto contrassegnato con un numero pari o multiplo di 3".

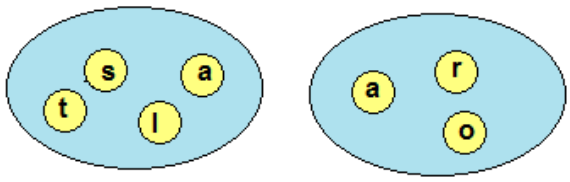
[$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; …]

22. *In un sachetto vi sono 6 palline rosse (R) e 4 palline blu (B). Estraendo a caso due palline, rimettendo la prima estratta nel sacchetto, individua tutti i casi possibili facendo il grafo ad albero e calcola la probabilità dell'evento composto E: "escono nell'ordine una pallina blu e una pallina rossa".*



23. *Considera ancora il sacchetto dell'esercizio precedente e estraendo a caso due palline, senza rimettere la prima estratta nel sacchetto, calcola la probabilità dell'evento composto E: "escono due palline blu".*

24. *Da ciascun gruppo sotto illustrato viene estratto un dischetto. Fai il grafo ad albero dei casi possibili e calcola la probabilità dei seguenti eventi:*
    a. *E: escono nell'ordine una consonante e una vocale;*
    b. *E: escono due vocali.*



Per ciascun evento scrivi i due eventi semplici che lo costituiscono, calcola le relative probabilità e, applicando la regola del prodotto, verifica che il risultato non cambia. [$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$]

25. *In un'urna vi sono 45 dischetti, tutti di ugual forma e peso, di diversi colori: 12 rossi, 15 blu, 18 gialli. Effettuando due estrazioni di un dischetto senza, di volta in volta, riporlo nell'urna, considera l'evento E: "esce prima un dischetto giallo e poi un dischetto rosso". Calcola la probabilità ed esprimila come frazione e come percentuale.* [$\frac{6}{55}$; ...]

26. *Effettuando 80 lanci di una moneta, è uscito "testa" 48 volte.*
    Qual è la frequenza relativa dell'evento?
    Qual è la frequenza relativa dell'evento "è uscito croce"?